1976 ISSN 0017 – 4939

HERMANN SCHROEDEL VERLAG KG
Hannover · Dortmund · Darmstadt · Berlin

Gesamtherstellung: Druckerei Hans Oeding, Braunschweig

Printed in Germany

H 6661 F

Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft

Erste deutschsprachige Zeitschrift für Kybernetische Pädagogik und Bildungstechnologie

Informations- und Zeichentheorie
Sprachkybernetik und Texttheorie
Informationspsychologie
Informationsästhetik
Modelltheorie
Organisationskybernetik
Kybernetikgeschichte
und Philosophie der Kybernetik

Begründet 1960 durch Max Bense
Gerhard Eichhorn
und Helmar Frank

Band 17 · Heft 3
September 1976
Kurztitel: GrKG 17/3

INHALT

HERMANN SCHROEDEL VERLAG KG

Im Verlaufe der sechziger Jahre gewann im deutschen Sprachraum, insbesondere im Umkreis der „Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft", die Erkenntnis an Boden, daß die eigentliche Triebfeder der Kybernetik das Bedürfnis ist, die Vollbringung auch *geistiger* Arbeit an technische Objekte zu delegieren, kurz: sie zu *objektivieren*, und daß dies nicht ohne eine über die geisteswissenschaftlich-phänomenologische Reflexion hinausgehende wissenschaftliche Anstrengung in vorhersehbarer und reproduzierbarer Weise möglich ist, nämlich nicht ohne eine *Kalkülisierung* geistiger Arbeit. Die Bedeutung der Logistik, der Informationstheorie und der Theorie abstrakter Automaten als mathematische Werkzeuge wird von diesem Gesichtspunkt aus ebenso einsichtig wie der breite Raum, den die Bemühungen um eine Kalkülisierung im Bereich der *Psychologie* und im Bereich der Sprache bzw., allgemeiner, der *Zeichen*, einnahmen.

Die geistige Arbeit, deren Objektivierbarkeit allmählich zum Leitmotiv dieser Zeitschrift wurde, ist nicht jene geistige Arbeit, die sich selbst schon in bewußten Kalkülen vollzieht und deren Objektivierung zu den Anliegen jenes Zweiges der Kybernetik gehört, die heute als Rechnerkunde oder Informatik bezeichnet wird. Vielmehr geht es in dieser Zeitschrift vorrangig darum, die verborgenen Algorithmen hinter jenen geistigen Arbeitsvollzügen aufzudecken oder wenigstens durch eine Folge einfacherer Algorithmen anzunähern und damit immer besser objektivierbar zu machen, welche zur Thematik der bisherigen Geisteswissenschaften gehören. Der größte Bedarf an Objektivation in diesem Bereiche ist inzwischen bei der geistigen Arbeit des *Lehrens* aufgetreten. Mit der Lehrobjektivation stellt diese Zeitschrift ein Problem in den Mittelpunkt, dessen immer bessere Lösung nicht ohne Fortschritte auch bei der Objektivierung im Bereich der Sprachverarbeitung, des Wahrnehmens, Lernens und Problemlösens, der Erzeugung ästhetischer Information und des Organisierens möglich ist. Die Bildungstechnologie als gemeinsamer, sinngebender Bezugspunkt soll künftig auch bei kybernetikgeschichtlichen und philosophischen Beiträgen zu dieser Zeitschrift deutlicher sichtbar werden. (GrKG 13/1, S. 1 f.)

Manuskriptsendungen gemäß unseren Richtlinien auf der dritten Umschlagseite an die Schriftleitung:

Prof. Dr. Helmar Frank
Assessorin Brigitte Frank-Böhringer
(Geschäftsführende Schriftleiterin)
Institut für Kybernetik
Riemekestraße 62, D-4790 Paderborn
Tel.: (0 52 51) 3 20 23 u. 3 20 90

Die GrKG erscheinen in der Regel mit einer Knapptextbeilage in Internationaler Sprache mit dem Titel „Homo kaj Informo".

Anzeigenverwaltung und Vertrieb: Hermann Schroedel Verlag KG, Zeißstraße 10, D-3000 Hannover 81

Erscheinungsweise: Viermal im Jahr mit je ca. 36 Seiten.
Preis: Einzelheft DM 7,40 — Jahresabonnement DM 29,60
(jeweils zuzüglich Postgebühren und MWSt.).

Abbestellungen von Jahresabonnements nur bis einen Monat vor Jahresende.

Mensch und Technik (Der Mensch und die Datenverarbeitungsanlage)

Analyse der sowjetwissenschaftlichen ergonomischen Position

von Alfons REITZER, München
Hochschule der Bundeswehr München

1. *Problemstellung*

In der sowjetischen Literatur wird der menschliche Faktor in der modernen Technik im allgemeinen, die sog. „Mensch-Maschine (EDVA)-Thematik" im besonderen als methodologisches Problem der Ergonomie gesehen.

Ansätze zu einer „Kybernetischen Anthropologie" zeichnen sich heute in West und Ost ab. Jedoch ist dieser Terminus generell in der osteuropäischen Literatur nicht gebräuchlich. Auch wird hier der Begriff „Anthropologie" nur ergonomisch verwendet, und zwar

1. vom Forschungsobjekt her gesehen in Übereinstimmung mit Physiologie und Arbeitshygiene,
2. unter Berücksichtigung der psychologischen Faktoren der Arbeit des Menschen. Punkt 2 ist hinsichtlich des Resultates wie auch der Forschungsmethoden ganz der Ingenieurpsychologie entlehnt.

Die Mensch-Maschine-Thematik wird in die Ergonomie eingebaut. Die methodologischen Probleme, wie der pragmatische Bezug, d.h. die Fragen des Wann und Wofür, werden hervorgehoben. (Zu methodologischen Problemen der Naturwissenschaften in der Sowjetunion und den übrigen osteuropäischen Ländern vgl. Reitzer, 1976a.)

Ein Team von Sowjetwissenschaftlern, unter anderem von Psychologen, Ingenieuren, Philosophen, befaßt sich zur Zeit mit der Projektierung und Bewertung einer beschleunigenden, erweiternden und verstärkenden Wechselwirkung von Mensch und Maschine. Die Leitung des Teams hat Vladimir Petrovič Zinčenko (Dr. der psychologischen Wissenschaften, Abteilungsleiter des philosophischen Instituts der Akademie der Wissenschaften der UdSSR).

Als Hauptvertreter der ergonomischen Position in der UdSSR sind zu nennen: Birjukov, Gluškov, Lenot'ev, Munipov, Smoljan, Zinčenko.

Einen aufschlußreichen Bericht über das Thema:

„Čelovečeskij faktor v sovremennoj technike (Metodologičeskie problemy ėrgonomiki), dtsch.: Der menschliche Faktor in der modernen Technik (Methodologische Probleme der Ergonomie)"

veröffentlichten Vladimir Petrovič Zinčenko und Vladimir Michajlovič Munipov (1972).

Anmerkung: Dem Beitrag liegt ein Referat des Verfassers zugrunde, vgl. Reitzer (1975)

Innerhalb dieser Arbeitsgruppe ist Georgij L'vovič Smoljan (Kandidat der philosophischen Wissenschaften) mit seinem Artikel

„Čelovek i élektronno vyčislitel'naja mašina (Tri aspekta problemy), dtsch.: Der Mensch und die EDVA (Drei Aspekte des Problems)" (1973)

hervorgetreten.

Die ersten beiden Aspekte dieses Artikels repräsentieren die sowjetwissenschaftliche und sowjetphilosophische Gesamtkonzeption zum Thema „Mensch – DVA".

Nachfolgend wird in Schwerpunkten die derzeitige sowjetische ergonomische Position dargelegt, mit westlichen Ansätzen zu einer sog. „Kybernetischen Anthropologie" verglichen und kritisch gewürdigt.

2. *Der Mensch und die EDVA unter dem Gesichtspunkt der Ergonomie · Sowjetische Position*

Das Problem der Wechselwirkung von Mensch und DVA (in der sowjetischen Literatur: EDVA) wird generell als Zentralproblem der Automation herausgestellt. Die speziellen Fragestellungen und Methoden der Naturwissenschaften, der Technik und der Humanwissenschaften (d.h. der Geisteswissenschaften, Gesellschaftswissenschaften) werden nach sowjetischer Version durch die Automation vereinigt. Die Errungenschaften dieser drei Disziplinen werden wiederum durch die Ergonomie synthetisiert.

Ergonomie (in russischem Sprachgebrauch: Ergonomik) ist in sowjetwissenschaftlicher Sicht „die Wissenschaft der allseitigen Erforschung der Arbeit des Menschen und der Bedingungen für deren Verlauf" (vgl. Žinčenko u. Munipov, 1972, S. 49). Die bisherige Unterbewertung der menschlichen Elemente (insbesondere sozial-rechtliche) und die der Gesellschaftswissenschaften sollte durch die Erforschung der Wechselwirkung Mensch-EDVA aufgehoben werden.

Es sind im wesentlichen drei miteinander verbundene Aspekte, die nun G. L. Smoljan, stellvertretend für alle sowjetischen Ergonomiker, als den Kern ergonomischer Forschung betrachtet und analysiert:

1. der sozio-ökonomische Aspekt, das Problem der sozialen Effektivität der Computerisierung in sozialistischen und kapitalistischen Gesellschaftssystemen;
2. die Optimisierung der Wechselwirkung von Mensch und EDVA, seine ingenieurpsychologische Sicherstellung, die Analyse der psychologischen Faktoren bei dieser Wechselwirkung;
3. die erkenntnistheoretische Analyse des integralen Mensch-Maschine-Systems und der mit diesem Problem zusammenhängenden Entwicklung des menschlichen Denkens wie auch die maschinelle (künstliche) Intelligenz.

In der Analyse der drei Aspekte wird dabei nach drei Prinzipien verfahren:

1. Es werden nicht der abstrakte Mensch und die abstrakte Maschine getrennt behandelt, sondern das Mensch-Maschine-System wird als („lebendige") Symbiose gewertet.

2. Die EDVA wird als Produkt einer integralen sozialen und technischen Entwicklung, als sog. gesellschaftlicher Produktivintellekt, betrachtet.
3. Eine fragmentarische Aufgabenstellung ist dort gegeben, wo über Lösungswege und Perspektiven noch keine klare Vorstellung herrscht (vgl. Smoljan, 1973, S. 32).

Bei der Analyse des *ersten* Aspektes, der sozio-ökonomischen Effektivität des Mensch-Maschine-Systems, wird der Ausarbeitung und Erfassung jener Effektivitätskriterien besondere Gewichtigkeit beigemessen, die nicht nur die technologischen und ökonomischen Aspekte reflektieren, sondern auch den menschlichen Aspekt der Automation mit all seiner sozialen, politischen, sittlichen ineinander verflochtenen Komplexheit. Schemata und Modelle von Systemen sind nach sowjetischer Auffassung nur dann von Wert, wenn in den Begriff des „Ausgangs"-Effektes die soziologischen und psychologischen Parameter mit einbezogen werden (vgl. Smoljan, 1973, S. 33).

Eindringlich wird vor Versuchen gewarnt, eine EDVA zu errichten (zu konstruieren), die die Kriterien der Arbeit des Menschen an diesem System ungenügend ausarbeitet.

In der UdSSR, vielmehr jedoch in den USA, ist nach Smoljan auch heute noch die allgemeine Unterbewertung des Subsystems „Mensch" im System „Mensch-Maschine" nicht gänzlich überwunden. (Dieselbe Feststellung kann für Europa getroffen werden. – Der Verf.)

Für Smoljan ist der Prozeß der Annahme der Lösung im Mensch-Maschine-System eindeutig ein am Menschen orientierter. Die Rechenmaschine stellt nur das taktische Instrument der Lösung der vom Menschen gestellten Aufgabe dar. Der Mensch bleibt *Träger* (Hervorh. v. Verf.) des strategischen Denkens. Der menschliche Faktor in der sozio-ökonomischen Analyse kybernetischer Systeme bleibt bestimmend. Von seiten professioneller Psychologen, wie z.B. M.G. Jaroševskij, A.N. Leont'ev, wird wohl das „strategische" Denken des Menschen betont (vgl. Jaroševskij, 1971, Leont'ev, 1972 und Smoljan, 1973, S. 34). Nach Auffassung Smoljans sollte jedoch von einer breiteren, komplexeren Grundlage der Forschung (und Nutzung!) der menschlichen Faktoren in der Automation gesprochen werden.

Smoljan bietet ein Fünf-Punkte-Forschungsprogramm an:

1. die Notwendigkeit einer genauen Bestimmung der sozialen Ziele und Übereinstimmung zwischen den Zielen und den vorhandenen Ressourcen.
   Sein Kommentar: In der sozialistischen Gesellschaft sind unerschöpfliche objektive Möglichkeiten für eine effektive Auswahl sozialer Ziele und deren schnelle Erreichung vorhanden. Sie sind der zentralisierten gesamtstaatlichen Planung zugrundegelegt;
2. die Notwendigkeit der Vervollkommnung der Lenkungs(= Führungs-)prinzipien im Zusammenhang mit der Verwendung von EDVAen. Deren Ausnutzung erfordert eine optimale Wechselwirkung von Zentralisation und Dezentralisation, ja, in vielen Fällen den Umbau der gegebenen Lenkungsstruktur;
3. die Notwendigkeit einer Zunahme von Verantwortungsbewußtsein des Menschen

gegenüber den dem Menschen vom Lenkungssystem (= Führungs-, Planungssystem) auferlegten Funktionen (unabhängig von dessen Personalniveau, nämlich ob Leiter, Operator, Benutzer oder Programmierer);

4. die Notwendigkeit der Schaffung einer *Motivation* (Hervorh.v.Verf.) und das Inbetrachtziehen sozial-psychologischer Phänomene;
5. die Notwendigkeit einer Bildung von Kennziffern (= Indices), die die Messung und Bewertung der Resultate im Mensch-Maschine-Komplex ermöglichen (Smoljan, 1973, S. 34–35).

Unter den Faktoren, welche die Kennziffern der Arbeit des Menschen im Mensch-Maschine-System bestimmen, seien herausgestellt:

– die Arbeitsstruktur, (d.h. die Operationszusammensetzung), der Charakter der Funktionsverteilung, der Grad der Arbeitsanpassung (= ergonomischer Faktor);
– Betriebseigenschaften der technischen Mittel, die die Wechselwirkung Mensch-EVDA sicherstellen;
– weitere ergonomische Faktoren, z.B. Bedingungen der Außenwelt;
– individuelle Besonderheiten (so: intellektuelle Fähigkeiten, Motivationsbeständigkeit u.a.)

Hier erfahren wir, welch große Bedeutung der Motivation beigemessen wird.

Die Bewertung der Effektivität des Mensch-Maschine-Systems kann nach Smoljan nur unter Berücksichtigung folgender Faktoren aufgezeigt werden: Systemstruktur, Qualität der Eingangsinformation, Vollkommenheit der Maschinenalgorithmen, Zuverlässigkeit der technischen Mittel usw.

Das Endprodukt der sozio-ökonomischen Analyse (= Aspekt 1) des Mensch-Maschine-Systems, welche die Analyse der o.a. menschlichen Faktoren zu berücksichtigen hat, muß nach Smoljan „diese oder jene Funktionsverteilung sein" (Smoljan gibt als Quelle den Sammelband „Ergonomika" an, vgl. Zinčenko, 1971, und Smoljan, 1973, S. 36).

Hier sei vermerkt, daß eine allgemein gültige Methode zur Lösung dieses Schlüsselproblems bisher noch nicht gefunden wurde. Einer der Gründe hierfür ist möglicherweise die Unterbewertung der Fähigkeit des Menschen, Informations- und Operationsaufgaben zu lösen.

Die Arbeitsgruppe Zinčenko/Munipov und Mitarbeiter (darunter Smoljan) sieht nun die Erforschung des Mensch-Maschine-Systems als eines funktionalen Ganzen analog anderer komplexer (dynamischer) Systeme (Zinčenko und Munipov, 1972, S. 47, vgl. Smoljan, 1973, S. 40).
Der Mensch – als ein einzelnes, in das System automatisierter Anlagen und Maschinen eingeschaltetes Glied– trägt danach wohl zur Lösung wichtiger Fragen hinsichtlich der Effektivitätssteigerung der Arbeit bei.

Jedoch liegt – nach deren Auffassung – eine Begrenztheit eines solchen Ansatzes darin, daß hier von der gesellschaftlichen Natur der Arbeit und der gesellschaftlichen Natur des Menschen – als eines Subjektes – abstrahiert wird.

Die Beziehung „Mensch-Maschine" ist demnach in erster Linie die Beziehung: „Arbeitssubjekt-Arbeitswerkzeug" (vgl. Zinčenko und Munipov, 1972, S. 48).

Wir stellen hier Parallelen zwischen der Ergonomie-Konzeption der AG Zinčenko/Munipov und der Objektivationsthematik Hermann Schmidts (BRD) fest.
Schmidts Grundaussage beinhaltet diesbezüglich, daß durch die menschliche Arbeit die Gebilde der Technik objektiviert werden. Auf der Stufe der Automaten wird auch der geistige Aufwand des Subjekts durch technische Mittel entbehrlich gemacht. Der Entwicklungsprozeß der technischen Objektivation der Arbeit erreicht in der Stufe der vollständigen Automatisierung ihren Höhepunkt. Schmidts Forderung lautet: Wir müssen die Objektivation der Arbeit zum bewußten Ziel setzen. Nicht die Technik, sondern der Mensch ist das Endziel (vgl. Schmidt, 1965).

Zusammenfassung Aspekt 1, sozio-ökonomischer Aspekt:

Das Problem der sozialen Effektivität der Computerisierung in sozialistischen und kapitalistischen Gesellschaftssystemen fällt in gleicher Weise an. Die Überbewertung der Computerisierung sollte mittels gründlicher Analyse der menschlichen Faktoren abgebaut und die Fragen der Optimisierung von Prozessen zur Annahme von Lösungen in automatisierten Systemen durch das Einschalten menschlicher Faktoren richtiggestellt bzw. zu lösen versucht werden. Nur menschliche Faktoren bedingten sowohl das Niveau als auch die Qualität der Wechselwirkung Mensch-EDVA.

Ähnliche Forderungen erhebt auch die philosophische Richtung der konstruktiven Erkenntnisanthropologie des Neopragmatismus, nämlich bisherige relative Zielblindheit in bezug des nur instrumentellen Einsatzes von DVAen in bewußte, auf den Menschen und dessen Bildung bezogene Tätigkeitsformen überzuführen.

Bei der Analyse des *zweiten* Aspektes, der ingenieur-psychologischen Sicherstellung der Wechselwirkung von Mensch und EDVA, stellen wir zunächst eine gewisse Konkordanz der Standpunkte Ost-West fest.

Krasse Abweichungen sind bei der Erstellung von Modellen gegeben.

Zwei Formen der intellektuellen Informationsverarbeitung werden durch Smoljan herausgestellt, die operative und die strategische (vgl. Smoljan, 1973, S. 37).
Die operative Form findet in Systemen der unmittelbaren Lenkung (= Führung = Planung) Anwendung. Das ist das System vom Typ: Maschine-Mensch-Maschine. (Hierzu zählen die Mehrzahl der Automationssysteme der Lenkung technologischer Prozesse).
Die strategische Form wird als charakteristisch für Systeme der Lenkung von Organisationen, Menschenkollektiven bezeichnet.
Diese können etwa das Schema darstellen: Mensch-Maschine-Mensch.

Wird nun nach Smoljan zu höheren Formen von Organisationssystemen übergegangen, bei denen der Mensch nicht nur Routinearbeiten und eine gewisse Intelligenz erfor-

dernde Operationen durchführt, wie das z.B. beim Dialog Mensch-Maschine der Fall ist, so könne dieser Dialog einmal als Schutzmaßnahme des Systems vor unerwünschten Faktoren, zum anderen als Mittel für die Kontrolle des Maschinenprogramms durch einen flexibleren und stärkeren Intellekt gewertet werden. Tritt die EDVA als Vortragender, als Interpret auf, d.h. gibt die Maschine die gesamte angeforderte Information und stellt sie alle Antworten auf die Fragen des Operators/Benutzers sicher, so könne begründet von einem Prozeß der Annäherung des maschinellen an den menschlichen Intellekt gesprochen werden (Hierzu, im besonderen zur anthropomorphen Terminologie seitens der Elektrotechniker, die den Weg der direkten Analogien beschreiben, vgl. Gluškov, 1971, und Smoljan, 1973, S. 38).

Bei der Lösung von Aufgaben operativer, unmittelbarer Lenkung (= Führung, Planung) wird nach sowjetischer Version die Struktur der Wechselwirkung in drei Organisationsstufen von Stufe zu Stufe komplizierter, flexibler.

1. Stufe: Maschine in der Rolle des Informators oder des Ausführenden.
2. Stufe: EDVA als Ratgeber.
3. Stufe: Der Mensch schreibt der Maschine lediglich eine bestimmte Führungsgröße vor. Die Maschine korrigiert diese in Übereinstimmung mit den realen Verhältnissen auf der Grundlage eines früher schon gebilligten Versuches. Der Mensch hat die Möglichkeit, direkte Anordnungen zu geben und kann die Parameter des Maschinenprogramms wechseln. D.h., die EDVA erfüllt die Rolle des „schöpferischen Vollziehers".

Im Mensch-Maschine-System wird die führende Rolle des Menschen wie folgt gesehen:

a) in der Aufgabenstellung durch den Menschen,
b) in der Auswahl des Kriteriums bzw. der Kriteriensysteme, und
c) in der Fähigkeit des menschlichen Intellekts, diese Kriterien bei Bedarf zu ändern (vgl. Smoljan, 1973, S. 38).

In diesem Zusammenhang erwähnt Smoljan eine Arbeit von E.S. Ventał (1972, S. 108), der von der Fähigkeit spricht, „dem mathematischen Apparat zuvorzukommen" (vgl. Smoljan, 1973, S. 38). Unter den drei Gesichtspunkten sollte die methodologische Funktion der Symbiose-Konzeption von Mensch-EDVA bewertet werden; sie ist aber – nach sowjetischer Version – gleichzeitig begrenzt. Und zwar deshalb, weil die Phase a), nämlich die Aufgabenstellung, und die Phase b), nämlich die Kriterienauswahl, für Aufgaben mit vielen Kriterien und Aufgaben, die auf unbestimmten Situationen basieren, ausgeschlossen werden müßten.

Wie Smoljan richtig folgert, wäre es somit angezeigter, von einer Symbiose zu sprechen, die vom Standpunkt des Resultates und nicht vom Standpunkt des Prozesses aus zu werten ist.
Von der Position des Erforschers des Mensch-Maschine-Symbiose-Prozesses sei es irrelevant, daß der Mensch die Probleme löst, dadurch, daß er die Modelle in Hypothesen und die Rechenmaschine die Hypothesen in Modelle verwandelt.

Anders sieht es nun nach Smoljan von der Position des Prozeßresultates aus.
Die Lösung der (Lenkungs-) Aufgaben stütze sich auf die Formulierung von Raum-Zeit- und Informationsparametern der Problemsituation. Die EDVA vollziehe die Sicherstellung der Akkumulation und Speicherung von Daten, deren Aufbereitung, Verarbeitung und Ausgabe.
Die Rolle des Menschen hingegen bestehe in der Unterscheidung der Daten-Arten, der Veränderung der Raum-Zeit-Relationen und deren Interpretation im Zusammenhang mit der zu lösenden Aufgabe.
Dies bedinge den „strategischen" Charakter menschlichen Denkens.

Smoljan zeigt nun den Standpunkt des Ingenieurpsychologen auf, der die Mittel der Wechselwirkung, nämlich des Dialoges, sicherstellt. Es ergibt sich danach beim Wechselwirkungsprozeß folgendes Bild:
Hauptkanal für die Informationsübertragung von der Maschine zum Menschen ist der Komplex der Indikatoranlagen (80 % an Informationen werden auf dem Wege der visuellen Wahrnehmung erhalten; das begründet die zentrale Rolle dieser Anlagen).
Letzten Endes bestimme die Wechselwirkung die Beziehung zwischen dem menschlichen Gehirn und der Zentraleinheit der EDVA, in der die Informationsverarbeitung vollzogen werde.

Smoljan gebraucht in der Benennung der Funktionseinheit eine Terminologie, die derjenigen von Herbert Stachowiak bei der Formulierung des K-Systems ähnlich ist. Der Stochowiaksche Terminus „Operator" ist bei Smoljan der Zentralprozessor, die Hauptmerkanlage, das Operationssystem.
Die geschlossene Kette: Auge (Sinnesorgan) -Gehirn-Hand-Pult-Indikatoranlage dient – wie Smoljan richtig folgert – der besseren Vorstellung und auch Feststellung der Funktionseinheiten (Smoljan gebraucht hierfür den Terminus „Hauptmittel") der Wechselwirkung Mensch-Maschine (vgl. Smoljan, 1973, S. 39).

Klargestellt sei, daß trotz des Gebrauches ähnlicher Termini bei Smoljan keinerlei Ansätze von K-Systemen gemacht werden. Letztere müßten als Vorleistung für eine konstruktive kybernetische Erkenntnisanthropologie gewertet werden. Eine solche wird von Herbert Stachowiak konzipiert und fehlt bei Smoljan (Ausführlicher darüber, vgl. Reitzer, 1975).

Zinčenko und Mitarbeiter, darunter auch Smoljan, befassen sich derzeit mit der Koppelung der sog. Ingenieur-Konzeption der Wechselwirkung Mensch-Maschine mit dem psychologischen Mechanismus, der auf natürliche Weise für die Tätigkeit des „Operators/Benutzers" im System Mensch-EDVA verantwortlich ist.
Es wird dabei zwischen *inneren* und *äußeren* (Hervorh. v. Verf.) Mitteln der Tätigkeit unterschieden (vgl. Smoljan, 1973, S. 40).
Die wichtigsten *inneren* Mittel oder psychologischen Instrumente der Tätigkeit des Menschen sind die höchsten Funktionen des Menschen – die Wahrnehmung, das Gedächtnis, das bildhafte und begriffliche Denken. Zu ihnen zählen u.a. Programme

und Verhaltensschemata. Auf deren Grundlage formieren sich die operativen Muster- und Konzeptmodelle der Problemsituation.
Die wichtigsten *äußeren* Mittel, auf die sich der Operator stützt, sind Informationsmodelle, die mittels Indikatoranlagen realisiert werden und solche des Maschinenintellekts, nämlich die mathematische Versorgung der EDVA.

Der Terminus „Operator" ist hier ausschließlich auf den Benutzer der Maschine, den Menschen, ausgerichtet, hat keinen Bezug zu einem nicht notwendig menschlichen Operateur innerhalb des Stachowiakschen K-Systems.

Die sowjetischerseits vorgenommene Unterscheidung in äußere und innere Mittel bzw. „psychologische Instrumente der Tätigkeit des Menschen" läßt an die Unterscheidung zwischen Außen- und Innenweltinformation anknüpfen, die von westlichen Wissenschaftlern, insbesondere von kritisch-geisteswissenschaftlichen Anthropokybernetikern, durchgeführt wird.
Georgi Schischkoff stellt der Außenweltinformation die Innenweltinformation gegenüber und erhebt die Forderung nach einer „Theorie der Innenweltinformation" (Schischkoff, 1971, S. 73ff., ausführlicher bei Reitzer, 1975).

Im Zusammenhang mit den angeführten operativen Muster- und Konzeptmodellen, worunter u.a. auch die Modelle des ZNS und Funktionsmodelle (Verhaltensmodelle) zählen, fordert das Autorenteam Zinčenko/Munipov,

> „daß Modelle adäquat die wesentlichen Eigenschaften der realen Erkenntnis – der ausführenden Handlung wiedergeben müssen. Nur unter dieser Bedingung werden sich die geschaffenen Modelle für die Prognose hinsichtlich der Einbuße von Zeit und Effektivität als brauchbar erweisen".

Sie führen weiter aus,

> „daß nur bei strikter Einhaltung dieser Forderung die überaus realistische Bewertung von S. Deutsch (ungeachtet ihres äußersten Pessimismus) sich positiv verändern kann, wonach 99 % (i.W.: *neunundneunzig* Prozent – Hervorh. v. Verf.) aller z.Z. geschaffenen Modelle des Nervensystems und des Verhaltens nutzlos sind". (Zinčenko/Munipov, 1972, S. 52)

Nur um ein Geringeres besser sei es nach Auffassung von Zinčenko/Munipov bei der Modellierung von Lenkungs- (= Führungs-, Planung-)systemen – unter Einbeziehung des Operators – bestellt.

Zu der hier zum Ausdruck gebrachten Forderung kann vom Standpunkt einer durch Herbert Stachowiak begründeten Allgemeinen Modelltheorie gesagt werden:
Modelle sind stets Modelle von etwas, nämlich Abbildungen. Ferner erfassen Modelle im allgemeinen nicht alle Attribute des Originals, sondern nur solche, die für den Modellerschaffer und/oder Modellbenutzer relevant sind. Und schließlich sind Modelle ihren Originalen nicht per se eindeutig zugeordnet.

Inwieweit sich Erkenntnis – wobei „Erkenntnis" als Erkenntnis in Modellen und durch Modelle verstanden sein soll – in Modellbildungen vollziehen kann, hierzu sei klargestellt:
Modelle sind insgesamt stets Modelle nicht nur 1. wovon, sondern auch 2. für wen, ferner 3. Modelle in welcher Zeitspanne der Original-Repräsentation und 4. Modelle wozu.
Ungerechtfertigt ist die Feststellung, daß *alle* bis dato geschaffenen Modelle, hier vor allem gemeint die operativen Modelle, u.a. auch die Modelle des ZNS und Funktionsmodelle (Verhaltensmodelle) *nutzlos* seien.

Die AG Zinčenko kann zu diesem Zeitpunkt, Dezember 1972, weder Abhandlungen über das adaptive Planungssystem noch über die Entwicklung von Modellen operationaler Gesellschaften berücksichtigen. (Die Stachowiaksche Konzeption ist erst 1973/74 wissenschaftlich bekannt geworden – Erscheinungsjahr seiner „Allgemeinen Modelltheorie": 1973). Die von der AG Zinčenko erwähnten Ansätze der Modellierung des ZNS und des Verhaltens sowie der Lenkungs-(Planungs-)systeme sind informationstheoretisch-kybernetisch angelegt und dienen der Erkenntnisanalyse.

Diesbezüglich werden von Zinčenko/Munipov Modellentwürfe angeführt, die eine quantitative Bewertung verschiedener informationspsychologischer Prozesse ermöglichen sollen, so etwa die Ermittlung der Durchlaßfähigkeit von Informationen (gemeint: in den Kurzspeicher – d. Verf.), die Ermittlung der Speicherkapazität und andere.
Auch diese Ergebnisse werden von sowjetwissenschaftlicher Seite, hier von Zinčenko/Munipov, angezweifelt.

In diesem Zusammenhang sei darauf verwiesen, daß mit der o.a. Kritik an der nur quantitativen Bewertung informationspsychologischer Prozesse auch die Untersuchungen von Helmar Frank, dem Hauptvertreter der informations-theoretisch fundierten Informationspsychologie, infrage gestellt werden. Felix v. Cube und andere haben ähnliche Untersuchungen durchgeführt und die Frankschen Meßergebnisse von K_K, C_K, K_V und C_V bestätigt (Frank, 1961, vgl. Reitzer, 1975).

Georg Klaus (DDR) zweifelt im Gegensatz zur Arbeitsgruppe Zinčenko/Munipov diese quantitativen Messungen nicht an (Klaus, 1969). Auch für Klaus hängen die tatsächlich wirksam werdenden Informationen von der Geschwindigkeit ab, in der der Mensch sich in seiner Umwelt auf der Grundlage dieser Informationen orientieren kann. (Die Angaben von Speicherkapazität und Zugriffszeit bei Mensch und Maschine sind im wesentlichen dieselben wie bei Frank, Steinbuch, v. Cube und anderen Autoren).

Die für die Erklärung des Erkenntnisvorgangs vorgenommene Aufteilung der Speicherarten in Kurzzeit- und Langzeitspeicher führt jedoch bei Klaus eindeutig zu Begriffsvermengungen (vgl. Reitzer, 1975).
Die in diesem Zusammenhang von der sowjetischen Arbeitsgruppe angezweifelten mathematischen Untersuchungen, wie sie z.B. im Rahmen der Motivationstheorie Herbert Stachowiak durchführt, zeitigen ebenfalls nachweisbare Ergebnisse, die u.a. auch einen wichtigen Beitrag zur Erstellung eines erweiterten Psychostrukturmodells

liefern und einen mathematischen Nachweis des Informationsflusses zwischen den Funktionseinheiten Perzeptor, Motivator, Operator liefern (Stachowiak, 1964, vgl. Reitzer, 1976b).

Trotz Anzweiflung der Erfolge eines Großteils solcher Modellentwürfe empfindet es die AG Zinčenko als ganz natürlich,

> „daß die Prinzipien und das konzeptionelle Schema des Informationsansatzes breite Anwendung in der Ingenieurpsychologie fanden und auch in der Ergonomie angewendet werden" (vgl. Zinčenko und Munipov, 1972, S. 52).

Das Forschungsteam betont ausdrücklich, daß diese Kritik nicht bedeute, die Forschungsorientierung auf eine quantitative Basis sei fruchtlos. Derartige Bewertungen seien sogar notwendig für Beschreibungen und Modellierungen der Wechselwirkung von Mensch und EDVA. Das Problem sei nur, inwieweit diesen Meßergebnissen, Bestimmungen, Bewertungen zu trauen sei und inwieweit man sich bei der Formierung der Wechselwirkung Mensch-EDVA auf sie stützen könne.

Das Team kritisiert,

> „daß die gefundenen quantitativen Daten in der ersten Zeit *fetichisiert* (Hervorh. v. Verf.) wurden und in der überwiegenden Mehrzahl von Fällen auch eine glaubwürdige psychologische Qualifikation der Forschungsprozesse fehlt" (vgl. Zinčenko und Munipov, 1972, S. 52).

Diese quantitativen Messungen ignorierten u.a. die Forschungsarbeiten von L.S. Vygotskij und A.N. Leont'ev, die die Erforschung der Erkenntnis (des Menschen) mit Hilfe eines kausalgenetischen Ansatzes entwickelten.

Wörtlich führen die Sowjetwissenschaftler dazu aus,

> „daß das Ignorieren anderer (als quantitativer) Analyseeinheiten, und zwar von Tätigkeit und Handlung, die im Rahmen des kausalgenetischen Ansatzes entwickelt wurden, unausweichlich dazu führte, das Postulat der Additivität der Elementaroperationen einzuführen" (vgl. Zinčenko und Munipov, 1972, S. 52).

Wenn man nämlich Elementaroperationen nur einzeln erforsche, einzeln addiere, so bedinge dies die Unmöglichkeit der Nutzung einer großen Zahl von verschiedenen Messungen der Durchlaßfähigkeit der Informationskanäle. Die entdeckten gegenseitigen Übergänge einzelner Einheiten, z.B. Handlung in Operation, wie dies die genetische Methode berücksichtige, seien bei dem nur quantitativ gemessenen informationellen Ansatz nicht mit einbezogen.

Die Forderung der o.a. Sowjetwissenschaftler nach „Tätigkeit und Handlung" ist teilweise gleichzusetzen mit der Forderung des erkenntnistheoretisch fundierten Neopragmatismus von Herbert Stachowiak, der Forderung nämlich, dem wissenschaftlichen Denken und Forschen eine planvolle, produktive, *aktions*bezogene Richtung zu geben, bei dem Wissen und Praxis in Wechselwirkung stehen. Zusätzlich fordert Stachowiak einen multiplen, pragmatischen (im Sinne des Neopragmatismus), intentionalen

Erkenntnisbegriff, bei dem neben der sowjetischen Forderung nach Einheit von Theorie und Praxis Erkenntnis und Aktion, Erkenntnis und Ethik in Interaktion stehen.

Auch sind die Ergebnisse der angeführten sowjetischen Gene-Forscher anzuerkennen. Negativ zu werten ist jedoch, daß die AG Zinčenko nur sowjetwissenschaftliche Forschungsergebnisse hervorhebt, wie es sich am Beispiel der Gene-Forschung zeigt. Adäquate Forschungen werden auch in den USA, Westeuropa und in anderen außereuropäischen Ländern durchgeführt.

Zusammenfassung und kritische Stellungnahme zu Aspekt 2, ingenieur-psychologischer (= ergonomischer) Aspekt bei der Wechselwirkung Mensch-EDVA

Die AG Zinčenko ist auf das ganzheitliche Erfassen des Menschen, auf die Einbeziehung *aller* relevanter wissenschaftlicher Untersuchungen mit dem Ziel der Gewinnung objektiver Erkenntnis ausgerichtet.

Zu konstatieren ist, daß Erkenntnis hier nicht neopragmatisch als Erkenntnis in Modellen und durch Modelle verstanden werden darf (Zum dialektisch-materialistischen Erkenntnisbegriff vgl. u.a. Klaus, 1969 und Kursanova, 1968). Im Gegenteil. Das Heranziehen von Modellen zur Gewinnung von Erkenntnis wird sowjetischerseits zu 99 % abgelehnt.
Klarzustellen ist ferner, daß Forschungsvorhaben des Westens, wie sie u.a. Helmar Frank und Mitarbeiter durchführen und hier in diesem Zusammenhang von sowjetwissenschaftlicher Seite kritisiert werden, informationstheoretisch-kybernetisch angelegt sind. Derartig fundierten Disziplinen, wie z.B. der Informationspsychologie als Zweig der Anthropokybernetik (Informationswissenschaft) und als kybernetische Grundlage der Pädagogik, geht es um eine bewußte Beschränkung auf wissenschaftlich-technische *Einzel*untersuchungen. Ihr Ziel ist die Ermöglichung einer technischen Objektivation. Die Kalkülisierung, insbesondere die *Quantifizierung*, setzt hier eine exakte Zielformulierung in einer Kalkülsprache voraus. Der bewußte Verzicht auf eine ganzheitliche Betrachtung, die Konzentration auf Einzelbereiche der Informationspsychologie, spezifisch auf Einzelbereiche des Informationsumsatzes im Menschen, ermöglicht die getrennte Betrachtung *modellmäßig vereinfachter* Teilbereiche des Informationsumsatzes.

Eine wertneutrale Würdigung dieser Modellerstellungen wie auch informationspsychologisch relevanter Theorien, wie Perzeptionstheorie und Motivationstheorie, läßt das sowjetische Arbeitsteam vermissen.

Als *dritter* Aspekt zur Thematik der Wechselwirkung „Mensch-Maschine" wird von seiten Smoljans die Analyse des Maschinenintellekts angeführt (vgl. Smoljan, 1973, S. 40). Wesentliche erkenntnistheoretische Aussagen werden nicht gemacht. Ausführlich wird hingegen über die „künstliche" Intelligenz diskutiert. Festzustellen ist dabei, daß heute diese Frage im wesentlichen von drei sowjetwissenschaftlichen und sowjetphilo-

sophischen Positionen der Kybernetik angegangen wird (Einteilung vgl. Reitzer, 1967).

Die sog. Zentristen sind ausschließlich parteiorientiert. Sie versuchen, die Kybernetik in den „Aufbau des Kommunismus" zu integrieren.
Die sog. Konservativen sind Gegner von Experimenten mit kybernetischen Methoden und Modellen, negieren Experimente mit DVA-en.
Die Radikalen, auch als extreme Reformisten zu bezeichnen, vertreten den Standpunkt: die Kybernetik ist eine Überwissenschaft; sie löst alle Probleme.

Smoljan bezieht im Gegensatz zum konservativen Standpunkt seiner AG Zinčenko bei der Behandlung des Aspektes 3 einen erstaunlich extrem reformistischen (in Terminologie West: funktional-kybernetischen) Standpunkt. Er weicht damit von der Generallinie ab, wie sie durch die ausschließlich zentristisch ausgerichteten Sowjetphilosophen A. I. Berg und I. B. Novik in ihrem Grundsatzartikel in: „Kommunist", 1965, H 2: Razvitie poznanija i kibernetika (dtsch: Die Entwicklung der Erkenntnis und die Kybernetik) vorgezeichnet wird.
Berg und Novik (1965) bezeichnen die Thematik „schöpferisch denkende Automaten" als Reklame. Ihre Richtlinie lautet:

> „Keine real gestellte Aufgabe, sei es die Optimisierung der physischen und geistigen Arbeit oder die Konstruktion von Maschinen durch Maschinen, macht es erforderlich, daß kybernetische Systeme dem Menschen gleichkommen."

Abweichend davon sei Smoljans Standpunkt zusammenfassend wiedergegeben:
- Der maschinelle Intellekt verdient absolut die Qualifikation des Schöpferischen.
- Das höchste Niveau solcher Qualifikation kann nur auf der Grundlage der Wechselwirkung mit dem menschlichen Intellekt mittels Bildung vollendeter Mensch-Maschine-Systeme erreicht werden.
- In naher Zukunft wird eine wichtige Einschränkung des isolierten Maschinenintellektes überwunden sein — die Unfähigkeit zur Initiierung eines schöpferischen Aktes.
- Der Mensch-Maschine-Intellekt wird in der Lage sein, in das Gebiet der Impulsformierung, zum Schöpferischen, vorzustoßen.
- Es ist nicht auszuschließen, daß als eine der Bedingungen zur Steigerung des schöpferischen Potentials des Mensch-Maschine-Systems sich die Fähigkeit der Maschine erweist, in *reflexive* (Hervorh. v. Verf.) Wechselwirkung mit dem Menschen zu treten, die Handlungen des Menschen zu imitieren und zu *antizipieren* (Hervorh. v. Verf.) (vgl. Smoljan, 1973, S. 40—42).

Kritische Stellungnahme zur Gesamtthematik:

Wenn behauptet wird, alle drei Aspekte, der sozio-ökonomische, der ingenieurpsychologische und der auf Maschinenintellekt ausgerichtete, seien eng miteinander verbunden, so dürfte es nicht — wie die Analyse des Aspektes 3 unter Beweis stellt — zu divergierenden Ergebnissen kommen. Smoljan tritt als Verfechter einer extrem-reformistischen Richtung auf. Sein Arbeitsteam lehnt jedoch jegliche „Modellierung" ab.

Auch Smoljan bringt keine Modellentwürfe, so daß seine Denkrichtung auch in Widerspruch zu Forschungsarbeiten stehen muß, wie sie funktionale Kybernetiker durchführen.
Ferner ist zu konstatieren, daß sich keine fruchtbaren erkenntnistheoretischen Ansätze finden, wie dies in Aspekt 3, nämlich der

> „erkenntnistheoretischen Analyse des integralen Mensch-Maschine-Systems und der mit diesem Problem zusammenhängenden Entwicklungen menschlichen Denkens ..."

gefordert wird.

*Erkenntnis*anthropologische Ansätze, wie sie durch die Form des durch diskursives Vorgehen gekennzeichneten *operationalen* Denkens gegeben sind, und die am ehesten der DVA zugeschrieben werden könnten, fehlen.

Positiv zu werten ist — und dies gilt für alle hier zitierten Sowjetwissenschaftler, daß
- das *motivationale* Regelungs- und Steuerungsmoment einen vorrangigen Stellenwert besitzt,
- der wesentliche Gesichtspunkt der Aufhebung von Disaequilibration durch entsprechende Außenweltbearbeitung seitens der Operatoren/Benutzer (Akteure) mit berücksichtigt wird, und
- alles auf das ganzheitliche Erfassen des Menschen, auf die Einbeziehung *aller* relevanten wissenschaftlichen Untersuchungen mit dem Ziel der Gewinnung einer (nach Möglichkeit!) objektiven Erkenntnis ausgerichtet ist.

Schrifttum

Berg, A. I., Novik, I. B.: Razvitie poznanija i kibernetika (deutsch: Die Entwicklung des Erkennens und die Kybernetik, in: Kommunist, 1965, 2, S. 19—29
Frank, Helmar: Zum Problem des vorbewußten Gedächtnisses, in GrKG 2/1, 1961, S. 17—24
Gluškov, V. M.: Čelovek i vyčislitel'naja technika (deutsch: Der Mensch und die Rechentechnik), Kiew 1971
Jaroševskij, M. G.: Psichologija v dvadcatom stoletti (Psychologie im 20. Jahrhundert), Bd. 12, Moskau 1971
Klaus, Georg: Kybernetik und Erkenntnistheorie, Berlin 1969, S. 39—41
Kursanova, G. A. (Hrsg.): Sovremennaja idealističeskaja gnoseologia. Kritičeskie očerki (deutsch: Die zeitgenössische idealistische Erkenntnistheorie). Kritische Essays, Moskau 1968, Izdatel'stvo „Mysl'" (= Verlag „Der Gedanke")
Leont'ev, A. N.: Problema dejatel'nosti v psichologii (deutsch: Probleme der Arbeit in der Psychologie) in: VF, 1972, H. 9
Reitzer, Alfons: Kybernetik in der Sowjetunion. Bonn-Duisdorf 1967
Reitzer, Alfons: Ansätze zu einer kybernetischen Anthropologie, Vergleich Ost — West. Referat gehalten beim 13. Symposion der GPI Nürnberg 14.3.1975. Kurzfassung in: W. Arlt, L. J. Issing (Hrsg.): Ergebnisse und Probleme der Bildungstechnologie, Berlin 1976, S. 62—68
Reitzer, Alfons: Methodologische Probleme der Naturwissenschaften. Kritische Analyse der ostwissenschaftlichen und dialektisch-materialistischen Position: (1976a) in Philosophia naturalis, Band 16, Heft 1, 1976, S. 85—124, hier: S. 87, 90
Reitzer, Alfons: Regelungstheoretische Fundierung von Lehrstoff und Lehr-/Lern-Zielen in einem Psychostrukturmodell unter besonderer Berücksichtigung des Kybiak-Regelungssystems (1976b) in: Kybernetik und Bildung II, Paderborner Werkstattgespräche Band 8, Hannover 1976, S. 97—107

Schischkoff, Georgi: Wissenschaftstheoretische Betrachtungen zum Informationsbegriff, in: Zeitschrift für philosophische Forschung, Bd. 25, H. 1, 1971
Schmidt, Hermann: Der Mensch in der technischen Welt, in: Physikalische Blätter, 1953, 7, vgl. Beiheft zu GrKG Bd. 6, 1965 und:
Schmidt, Hermann: Die Entwicklung der Technik als Phase der Wandlung des Menschen, Beiheft zu GrKG 6, 1965
Smoljan, G. L.: Čelovek i ėlektronno vyčislitel'naja mašina (Tri aspekta problemy), in: Voprosy filosofii (= VF), 1973, H. 3
Stachowiak, Herbert: Ein kybernetisches Motivationsmodell, in: Lehrmaschinen in kybernetischer und pädagogischer Sicht, Bd. 2, Stuttgart 1964, S. 119–134
Ventel, E.S.: in Sammelband Issledovanie operacij. Metodologičeskie aspekty (deutsch: Operationsforschung. Methodologische Aspekte), Moskau 1972, S. 108
Zinčenko, V.P., Munipov, V.M.: Čelovečeskij faktor v sovremennoj technike (Metodologičeskie problemy ergonomiki), in: Voprosy filosofii (= VF), 1972, H. 12
Zinčenko, V.P.: Ergonomika. Principy i rekommendacii (deutsch: Ergonomie. Prinzipien und Empfehlungen) Bd. 3, 1971

Eingegangen am 21.12.1975

Anschrift des Verfassers:
Dr. Alfons Reitzer, Hochschule der Bundeswehr, Schwere-Reiter-Str. 35, 8000 München 40

Beschreibung und Entscheidbarkeit

(Beitrag zum Begriff der Komplexität II)

von Klaus KORNWACHS, Merzhausen und Walter VON LUCADOU, Freiburg

Der folgende Aufsatz ist dem Problem gewidmet, das sich bei der Beschreibung komplexer Systeme ergibt, wenn man an diese Systeme bestimmte Anforderungen stellt. In einem früheren Aufsatz (Kornwachs, v. Lucadou, 1975) haben die Verfasser ein Maß für Komplexität von Wirkungsgefügen erster Art zu entwickeln versucht. Dabei war die Hierarchie des Systems, rein strukturell verstanden, ausschlaggebend. Für Wirkungsgefüge zweiter Art, die neben den Zuständen ihrer Elemente auch ihre Struktur selbst verändern können, wurde angedeutet, daß zu ihrer Beschreibung Begriffe aus der Prädikatenlogik zweiter Stufe erforderlich sind. Dies soll hier näher ausgeführt werden.

1. *Was ist eine Beschreibung?*

Im naiven Sinne könnte man ein Wirkungsgefüge erster Art dadurch beschreiben, daß man angibt, wie man es konstruiert. Wird die Technologie der zu verschaltenden Elemente beherrscht, scheint das Problem praktisch lösbar zu sein.

Die Beschreibung eines Automaten in der abstrakten Automatentheorie dagegen kann man vor allem darin unterteilen, ob man es mit einem determinierten, einem nichtdeterminierten oder einem stochastischen Automaten zu tun hat. Eine solche Beschreibung bezieht sich dann mehr auf die Funktion. Wir wollen den stochastischen Automaten von vornherein ausschließen, da er im Sinne der Automatentheorie als Übertragungskanal angesehen werden kann (Starke, 1969). Die Theorie der Übertragungskanäle soll aber hier nicht erörtert werden.

Ein determinierter Automat (determiniert im Sinne der Automatentheorie) ist beschrieben durch die Angabe eines Quadrupels

$$[X, Y, Z, \gamma]$$

wobei $z \in Z$ die Bezeichnung eines Zustandes aus der Menge aller möglichen Zustände Z, in denen sich der Automat befinden kann, $x \in X$ ein Zeichen aus dem Eingangsrepertoire X und $y \in Y$ ein Ausgangssignal im Takt i in der Situation (z,x) sein sollen. Dann ist γ eine Abbildung, die die Menge aller möglichen Situationen $\{Z \times X\}$ in die Menge $\{Y \times Z\}$ derart zuordnet, daß y das Ausgangssignal im Takt i und z' den Zustand im Takt $i+1$ darstellt.

Der Automat ist vom metamathematischen Standpunkt aus gesehen eine Algebra (Schwabhäuser, 1971)

$$\mathfrak{A} = \langle A \mid f_i \mid i \in I \rangle.$$

Die Trägermenge A umfaßt Zustands-, Eingabe- und Ausgabemengen und die Indexmenge der durchlaufenden Takte $\{i \mid i \in I\}$ sowie die Funktionen f_i, aus denen die Abbildung

$$\gamma : \{Z \times X\} \rightarrow \{Y \times Z\}$$

besteht. Der Typ der Algebra hängt von der Stelligkeit dieser Funktionen ab.

Wir verbleiben bei den determinierten Automaten. Es lassen sich dann Aussagen der Art machen: Bei dem Zustand z ergibt die Eingabe des Wortes (oder Reizes u.ä.) x den Ausgang (oder Antwort) y und versetzt den Automaten in den nächsten Zustand z'. Die Aussagen über einen solchen Automaten geschehen in einer formalisierten Sprache. Sie ist die Objektsprache; sie enthält Terme und Ausdrücke. Terme bezeichnen Elemente und ihre Zustände, Ausdrücke oder Formeln sind Zeichenreihen, die außer den in der Struktur vorkommenden Gebilden (Variablen und Prädikationen darüber, d.h. die Prädikationen müssen sich auf die in der Trägermenge vorkommenden Individuen beziehen) auch Funktionen über diese Gebilde enthalten. Die Ausdrücke enthalten weiterhin die zugelassenen Zeichen, welche die formale Sprache konstituieren: Junktoren, Quantoren, objektsprachliches Gleichheitszeichen.

Die Menge Λ der Ausdrücke (die auch Sprache Λ heißt) über diesen Automaten bilden die Formalgebra. Eine formale Beschreibung eines Wirkungsgefüges erster Art besteht aus seiner Term- und Formalgebra (Schwabhäuser, 1971).

Die Formalgebra über das Wirkungsgefüge in der Sprache Λ enthalte nun einen Teilbereich von Ausdrücken, etwa $\Sigma \subset \Lambda$. Ein gegebenes Wirkungsgefüge erster Art, das sich auch im Protokoll seiner Zustände in Abhängigkeit von Eingangs- und Ausgangsmengen manifestieren kann, ist Modell dieser Formalgebra, wenn jede Aussage

$$\alpha \in \Sigma$$

ein Ausdruck ohne freie Variable (d.h. alle Variablen darin müssen an Quantoren gebunden sein) ist und die Formalgebra erfüllt, was heißt, daß der Wahrheitswert im Sinne der Tarskischen Belegung „wahr" ist.

Diese Beschreibung ist dann eine Aussage über die Welt im Carnap'schen Sinne (Carnap, 1969), wenn sich tatsächlich ein Automat findet, der dieser Beschreibung genügt. Wirkungsgefüge sind Modelle ihrer Beschreibung. Die Erfüllung als Vorbedingung für die Existenz des Modells setzt aber wiederum ein Falsifikationskriterium für die Feststellung beziehungsweise Nichtfeststellung der Erfüllung voraus. Dieses Kriterium gehört aber weder zur Sprache Λ noch zum Wirkungsgefüge selbst. Wir können es auch anders ausdrücken: Metasprachliche Sätze — diese können a priori sein, müssen aber nicht — dürfen nicht im Objektbereich einer Theorie auftreten.

2. *Logische Aspekte der Beschreibung*

Unter dem im letzten Abschnitt erwähnten Protokoll wollen wir eine zeichenhafte Niederlegung von Ereignissen verstehen, die ausschließlich von dem zu beschreibenden Wirkungsgefüge handeln. Es enthält also keine metasprachlichen Zeichen; es ist immer angebbar, welche Zeichen sich auf welche Mengen und welche Indizes der Termalgebra beziehen, und die Zeichen des Protokolls unterliegen der Syntax der Sprache Λ. Im Falle eines behavioristischen Problems wird das Protokoll die Form einer Reiz-Reaktionsliste aufweisen. Im physikalischen Bereich wird beim quantenmechanischen Meßprozeß die Liste der entschiedenen Alternativen in Abhängigkeit von den theoretisch möglichen wie experimentell entscheidbaren Alternativen angegeben. Aus ihnen kann dann die Liste der statistischen Charakterisierungen ermittelt und mit der Theorie verglichen werden (v. Weizsäcker, 1971). Als versprachlichter Niederschlag von Erfahrung unterliegt das Protokoll auch der Gesetzmäßigkeit algebraischer Strukturen, sonst wäre kein Morphismus zwischen Protokoll und Beschreibung angebbar, was eine Voraussetzung für Falsifizierbarkeit darstellt.

Die Formalgebra in der Sprache Λ ist formuliert in der Prädikatenlogik der ersten Stufe, denn sie enthält nur Prädikate, d.h. die Aussagen sind nur solche über die Zustände, die in Termen beschrieben werden. Nach dem Gödelschen Vollständigkeitssatz ist dann gezeigt, daß Term- und Ausdruckskalkül entscheidbar sind. Es ist immer entscheidbar, ob ein Term oder ein Ausdruck vorliegt. Auch sind die durch den Prädikatenkalkül der ersten Stufe ableitbaren Aussagen vollständig, d.h. bei Kenntnis aller möglichen Situationen eines Gefüges oder Automaten $\{Z \times X\}$ sind auch alle Folgezustände und Ausgänge bei Kenntnis von γ ableitbar.

In der Unterscheidung zwischen nichtdeterministischen und stochastisschen Automaten (Starke, 1969) kommt es darauf an, daß durch eine Funktion

$$h(z,x) = (y,z')$$

die in der Situation z möglichen Paare von Ausgangs- und Zustandsgrößen angegeben werden. Sind X, Y, Z endlich, wird damit auch ein finiter Automat beschrieben. Ein stochastischer Automat muß in der Beschreibung auch noch das Wahrscheinlichkeitsmaß für die möglich vorkommenden Paare von Ausgangs- und Zustandsgrößen mitenthalten, so daß die Unterscheidung eine formale zu sein scheint. Es bleibt allerdings die Frage, ob das Wahrscheinlichkeitsmaß für das Vorkommen der Situation (y,z') zur Objektssprache gehört oder ob es sich um eine metasprachliche Charakterisierung handelt. Dies soll hier offen bleiben. Beläßt man die Beschreibung im Kalkül der ersten Stufe und ist aus diesem Kalkül auch das Wahrscheinlichkeitsmaß ableitbar, dann wird die Wahrscheinlichkeitsaussage zur Prädikation über Zustandspaare oder Situationen.

Um den Unterschied zu den Wirkungsgefügen zweiter Art hervortreten zu lassen, soll nun eine Aussageform aus der Sprache über das Wirkungsgefüge erster Art dargestellt werden.

x ist Eingabe während des Zustands z im Takt i

y ist Ausgang während des Zustands z im Takt i

z' ist Zustand im Takt $i+1$

$P_i(z,x)$ zweistelliges Prädikat: „Zustand z und Eingang x ist Situation im Takt i"

$Q_{i+1}(z',y)$ zweistelliges Prädikat: „Zustand z' und Ausgang y ist Situation im Takt $i+1$"

Dann beschreibt der folgende Ausdruck den Zustand und die Situation des Automaten im Takt i und Takt $i+1$, also die Änderung der Zustände pro „Verarbeitungsschritt":

$$\exists z' \exists z \exists x \exists y \left(P_i(z,x) \wedge Q_{i+1}(z',y)\right)$$

Dabei sind Eingangs- und Ausgangssignale Abwahlen aus einem bestimmten Repertoire $x \in X$, $y \in Y$; sie können daher als Terme dargestellt werden, in dem Sinne, daß die Funktion f aus dem Repertoire ein bestimmtes Zeichen herausprojiziert:

$$x \equiv f(X)$$
$$y \equiv f(Y)$$

Dabei ist $\equiv$ das metasprachliche Gleichheitszeichen. Ebenso gilt für die Zustände, daß sie sich als Funktion darstellen lassen. Sei g eine n-stellige Funktion, die angibt, daß das erste Element beispielsweise im 4. aller möglichen Zustände sei, das zweite Element im dritten Zustand und so fort, dann sind die Argumente dieser n-stelligen Funktion die Elemente des Gefüges, und man könnte die so angegebene Funktion schreiben als

$$z \equiv g_{4,3,\ldots}(e_1, e_2, \ldots e_n).$$

Die Argumente der Prädikate sind also höchstens Terme, und es geht bei dieser Beschreibung nur um die Zustände des Gefüges. Voraussetzung dafür ist, daß die Struktur, also die Verschaltung zwischen den Elementen, für die Beschreibung des Systems unwesentlich ist. Sie ändert sich nicht. Sie ist in gewisser Weise in γ implizit enthalten, aber diese Implikation ist nicht eindeutig: Eine ganze Klasse von Strukturen kann durch γ repräsentiert werden, während eine bestimmte Struktur bei bekannter Funktion der Elemente auch die Funktion γ eindeutig bestimmt. Anders ausgedrückt: Es gibt tausende von Arten, einen Radioempfänger zu konstruieren; eine einmal festgelegte Schaltung funktioniert aber immer auf definierte Weise.

3. *Wirkungsgefüge zweiter Art*

Nach der bisherigen Definition eines Wirkungsgefüges zweiter Art bleibt die Struktur des Gefüges nicht mehr stabil, sie verändert sich bei jedem Takt. Damit wird sie aber Argument der Überführungsfunktion. Es ist dann

$$\gamma : (z,x,s) \rightarrow (z',y,s')$$

d.h. außer den Elementzuständen ist die Situation jetzt noch durch die Angabe der Struktur s ausgezeichnet, die in die geänderte Struktur s' überführt wird. Dabei ist $s \in S$, also ein Element aus einer Menge möglicher Strukturen. Diese Menge braucht nicht endlich zu sein.

Wir hatten die Struktur in Form von Matrizen eingeführt (Kornwachs, v. Lucadou, 1975), die angeben, welches Element mit welchem verbunden ist. Dabei wurde für jede voneinander verschiedene Verbindungsart eine eigene Matrix gebildet. Im einfachsten Falle können die Matrixelemente auch als zweistellige Prädikate T_0 und T_1 verstanden werden. Mit dem Matrixelement

$a_{ik} = 0$ wird $T_0(e_i, e_k)$, was aussagt, daß die Elemente e_i und e_k nicht verbunden sind,

und mit $a_{ik} = 1$ wird $T_1(e_i, e_k)$, was aussagt, daß die Elemente e_i und e_k verbunden sind.

Die Beschreibung eines Zustandes z des Wirkungsgefüges wird dann zu

$$z \equiv g(e_1, e_2, \ldots, e_n) \wedge T_0(e_i, e_k) \wedge T_1(e_j, e_l) \wedge \ldots$$

Dabei ist g die vorher besprochene Zutandsfunktion der Elemente; die Reihung der Prädikate soll andeuten, daß die ganzen Matrizen in solche Teilpropositionen aufgelöst werden müssen und durch Konjunktion verbunden sind. Die Beschreibung des Zustands des gesamten Systems ist nicht mehr nur ein Term, der nur Funktionen enthält, sondern sie wird, da sie Prädikate wie T_0 und T_1 enthält, zu einem Ausdruck.

Ein Ausdruck des Protokolls kann dann wieder lauten

$$\exists z' \exists z \exists x \exists y \left(P_i(z,x) \wedge Q_{i+1}(z',y)\right)$$

Das hat aber zur Folge, daß der Ausdruck, da z und z' selbst Ausdrücke sind, Prädikatenprädikate enthält. Ein Beispiel hierfür wäre:

$$P_i\left(g(e_1, e_2, \ldots e_n) \wedge T_1(e_1, e_2), x\right)$$

Dies kann man so interpretieren: Das System hat die Eigenschaft, daß sich die Elemente in den durch g angegebenen Zuständen befinden, und die Elemente haben die Eigenschaft, so und so verknüpft zu sein. Diese Eigenschaften haben wiederum die Eigenschaft, die Situation des Systems im Takt i zu sein, beim Eingangszustand x. P_i ist hier kein metasprachliches Prädikat, so daß für die Beschreibung des Systems wegen des Auftauchens von Prädikaten zweiter Stufe (Prädikatenpradikat, oder Eigenschaften von Eigenschaften) der Prädikatenkalkül zweiter Stufe zugelassen werden muß, wenn man aus den Protokollen Schlüsse ziehen will. Man könnte einwenden, daß sich mit P_i eine Proposition in der Metasprache bilden läßt. Selbst wenn man dies zugibt, bezieht sich diese Proposition auf den Objektbereich des Wirkungsgefüges, nämlich über seine Takte. Damit gehört aber das Prädikat P_i selbst zur Objektsprache des Gefüges. Es ist ein Ausdruck zweiter Stufe in der Objektsprache.

Aus den Sätzen von Gödel (Gödel, 1931) ergeben sich die schon angedeuteten Konsequenzen: Durch die Kenntnis von γ und dem Prädikatenkalkül der zweiten Stufe ist ein Verfahren V angebbar, mit dem aus Aussagen aus der Menge der Beschreibungen über die Situationen $\{Z \times X\}$ der Logik zweiter Stufe (die Struktur s ist im Zustand z inkorporiert) Aussagen aus der Menge der Beschreibungen über die Situationen $\{Z \times Y\}$ gemacht werden können. Nach dem Unvollständigkeitssatz gibt es immer noch eine Aussage über die Situation

$$(z', y)^*$$

so daß gilt:

$$\gamma^* : (z,x) \rightarrow (z',y)^* \quad \text{mit } \gamma \neq \gamma^* .$$

Allgemein bedeutet dies: Die Abbildung γ, die die Zustände zuordnet, beschreibt im Rahmen des Prädikatenkalküls zweiter Stufe das System nicht vollständig; es gibt immer noch andere Endzustände des Systems, die durch eine andere Funktion γ^* abgeleitet werden können und nicht mit γ allein ableitbar sind.

Da aber nur Zustandszuordnungen im Protokoll auftauchen, ist nicht entscheidbar, nach welchem Algorithmus welche Zuordnungskette vorgenommen wurde, denn γ^* liefert ja zusammen mit dem Kalkül zweiter Stufe auch kein abgeschlossenes Verfahren zur Gewinnung von Aussagen über Endzustände.

Man kann zur Vorhersage des Verhaltens in einem solchen Falle Modelle benutzen, die auf der Ebene der Prädikatenlogik der ersten Stufe beschreibbar sind. Dies sind Funktionsmodelle, und dabei kann von der Funktion nicht auf die Struktur geschlossen werden. Sie bilden ihr Original nur in einem begrenzten Bereich ab. Bei diesen Modellen werden Terme benutzt, die sich nicht auf den ursprünglichen Objektbereich beziehen.

4. *Komplexität*

Aus der angegebenen Definition des strukturellen Komplexitätsgrades (Kornwachs, v. Lucadou, 1975) ergibt sich für Wirkungsgefüge zweiter Art, daß während des Arbeitens des Gefüges der Komplexitätsgrad nicht stabil zu sein braucht. Man kann an Beispielen leicht verifizieren, daß bei sukzessivem Abbau von Verbindungen zwischen den Elementen der Komplexitätsgrad sich unstetig ändern kann, wenn dadurch ein Sprung in der Hierarchisierung entsteht. Die Festlegung der Hierarchisierung eines Gefüges mag in bestimmter Form willkürlich sein. Hat man sich aber auf ein Kriterium festgelegt, kann auch die Abhängigkeit des Komplexitätsgrades von der jeweiligen Struktur pro Takt angegeben werden. Dies gilt auch dann, wenn man als Kriterium für die Unterteilung in Subsysteme die Reduktion der Strukturmatrizen in Untermatrizen so vornimmt, daß der Komplexitätsgrad ein Minimum wird. Im allgemeinen erhöht sich der Komplexitätsgrad leicht, wenn in einem Subsystem Verbindungen getrennt werden. Er fällt allerdings stark ab, wenn das betreffende Subsystem seinen hierarchischen Rang verliert, d.h. die restlichen Elemente werden einer anderen Aggregation zugerechnet.

Ähnliches Verhalten zeigen neuronale Netze, die in kurzen Zeitabständen strukturelle Aggregationen auf- und abbauen. Sie sind ein Beispiel für Wirkungsgefüge zweiter Art und weisen somit einen veränderlichen Komplexitätsgrad auf (Bergström, 1967).

5. *Einige Bemerkungen zum Begriff des Determinismus*

Es mag vielleicht überflüssig erscheinen, daß wir an dieser Stelle nochmals auf einen Punkt unmißverständlich hinweisen: Es wird hier nur etwas über die Beschreibung von Systemen und deren logische Form, die sie durch die Art und Weise des Systems aufgeprägt erhalten, ausgesagt und nichts über das System selbst. In diesem Zusammenhang ist die Frage, ob sich ein solches System nun determiniert verhält oder nicht, irrelevant. Die Klassifikation in deterministische und nicht deterministische oder stochastische Automaten ist eine rein mathematische Unterscheidung nach dem Typ der Überführungsfunktion. Man könnte ebensogut behaupten, daß die Wahrscheinlichkeitsmaße des stochastischen Automaten eine determinierte Größe darstellen.

Von einem Automat oder einem Gefüge, über welches nur eine mit den besagten Einschränkungen versehene Beschreibung möglich ist, zu sagen, es verhalte sich indeterminiert, ist ein Trugschluß. Genau so wenig wie dem Elektron in der Quantenmechanik der Begriff „scharfe Bahn" zukommt, genau so wenig kommt einem Wirkungsgefüge zweiter Art der Begriff determiniert oder stochastisch zu. Diese Begriffe gelten erst wieder als Eigenschaften des dann zu konstruierenden Funktionsmodells.

Wie kritisch der Begriff der klassischen Laplace'schen Determiniertheit ist, wurde an folgendem Beispiel gezeigt (Montague, 1974): Sei ein System determiniert in dem Sinne, daß es für jeden Augenblick t_0 und t Sätze gibt, die den Zustand des Systems

zu diesen Zeiten angeben, dies seien die Sätze $\varphi(t_0)$ und $\varphi(t)$. Mit den Gesetzen dieses Systems ist – für t_0 vor t liegend – $\varphi(t)$ aus $\varphi(t_0)$ ableitbar. Dies gilt auch für alle anderen Zeiten, seien dies t und t_1. Die dazugehörigen Sätze sind ebenfalls voneinander verschieden und ableitbar, es gilt also

$$\varphi(t_0) \neq \varphi(t) \neq \varphi(t_1)$$

Die Sätze, zu denen $\varphi(t_0)$, $\varphi(t)$, $\varphi(t_1)$ gehören, seien Sätze einer Standardsprache (d.h. mit finiter Grammatik) und damit abzählbar. Das kann man daraus ersehen, daß die Produktionsregeln einer Grammatik ein Abzählverfahren angeben. Die Zeitpunkte sind isomorph zum Körper der reellen Zahlen und dieser ist nicht abzählbar. Eine Zuordnung von Zeitpunkten und Sätzen über dieses System ist also nicht für jeden und alle Zeitpunkte möglich.

Man könnte einwenden, daß die Takte eines Automaten ebenfalls abzählbar sind. Das stimmt nur, wenn die Indexmenge I abzählbar ist. Zwar wird dies meistens stillschweigend vorausgesetzt. Dies ist aber nicht selbstverständlich, wenn die Taktfrequenz selbst variabel ist und die einzelnen Takte durch einen Zeitgeber angetriggert werden. Dann beziehen sich die Sätze letzten Endes auch wieder auf Zeitpunkte.

Somit gelten die Bedenken gegen die Verwendung des Begriffs „determiniert" im digitalen wie im analogen Bereich. Wichtig erscheint hier, daß der Begriff des Determinismus im Objektbereich von Wirkungsgefügen zweiter Art seinen Sinn in der Anwendbarkeit verliert.

Schrifttum

Bergström, R.M.: Neuronal Macrostates; Synthèse *17*, S. 425–443 (1967)

Gödel, W.: Formal unentscheidbare Sätze in der principia mathematica; Monatshefte für Mathematik und Physik *38*, S. 173–198 (1931)

Kornwachs, K., von Lucadou, W.: Beitrag zum Begriff der Komplexität; GrKG *16*/2, S. 51–60 (1975)

Montague, R.: Formal Philosophy; London 1974, S. 803 ff.

Schwabhäuser, W.: Modelltheorie I; BI Mannheim 1971

Starke, P.: Abstrakte Automaten; Berlin 1970, S. 11 ff.

von Weizsäcker, C. F.: Die Einheit der Natur; München 1971, S. 252–270

Eingegangen am 17. September 1975

Anschriften der Verfasser:

Dr.phil., Dipl.-Phys. Klaus Kornwachs, Großmattenweg 18, 7802 Merzhausen
Dipl.-Phys. Walter von Lucadou, Hildastraße 64, 7800 Freiburg

Über allgemeine semiotische Eigenschaften von Wortmengen

von Alfred SCHREIBER, Neuss

aus dem Seminar für Mathematik und ihre Didaktik der Pädagogischen Hochschule Rheinland, Abt. Neuss

1. *Einleitung und Problemstellung*

In der Semiotik unterscheidet man gewöhnlich zwischen syntaktischer, semantischer und pragmatischer Zeichenfunktion (vgl. Frank, 1966, S. 51 ff.). Dem statistischen und dem konstruktiven Aspekt des Zeichens, die nach Frank (a.a.O., S. 51) in erster Linie seine syntaktische Funktion kennzeichnen, soll hier ein weiterer Gesichtspunkt zur Seite gestellt werden, der ein vorwiegend erkenntnistheoretisch zu begründendes Interesse besitzt. Es handelt sich dabei um die Möglichkeit, Mengen von Wörtern nach gewissen allgemeinen semiotischen Eigenschaften zu klassifizieren. Die Anfangsgründe zu einer solchen Untersuchung möchte die vorliegende Arbeit in knapper Form umreißen.

Ein Beispiel einer allgemeinen semiotischen Eigenschaft von Wortmengen bildet die von Schreiber (1975) untersuchte Abgeschlossenheit. Eine Menge $\mathfrak{M}$ von Wörtern heißt *abgeschlossen*, wenn jedes über $\mathfrak{M}$ als Alphabet bildbare Wort schon in $\mathfrak{M}$ enthalten ist. In der genannten Arbeit wird mit Hilfe eines rekursiven Verfahrens, das mit einer bei Lánský (1972, S. 7) zu findenden Definition von Superzeichenhierarchien verwandt ist, eine abgeschlossene Wortmenge konstruiert und ihre Eindeutigkeit bewiesen. Hinweise zu einer erkenntnistheoretischen Interpretation sollten dabei den Bezug der Überlegungen zur Reflexionsthematik deutlich machen. Diese sehr knappen und noch präzisionsbedürftigen Hinweise erhalten durch die nachstehenden Ausführungen eine zweifache Ergänzung. Erstens bildet der ‚intentionale' Charakter von Zeichen und seine Beziehung zur Iterierbarkeit reflexiver Akte jetzt den systematischen Ausgangspunkt unseres Präzisierungsvorhabens (Abschnitt 3). Zweitens werden eine Reihe aufschlußreicher Eigenschaften abgeschlossener Wortmengen mitgeteilt, von denen insbesondere die Z-Unfundiertheit den Begriff der Abgeschlossenheit besser verstehen hilft (Abschnitt 5). Überdies gestattet der Begriff der Z-Fundiertheit eine neue Formulierung und einen veränderten Beweis des Eindeutigkeitssatzes (Abschnitt 6).

Die vorliegende Studie möchte als ein Beitrag zu dem von Frank (1966) unter dem Titel „Kybernetik und philosophische Grundlagenforschung" vorgestellten Themenkreis verstanden werden. Zu den in diesem Zusammenhang von Frank erwähnten Objektivierungsaufgaben gehört auch die hier versuchte deskriptive zeichentheoretische Erfassung von Reflexionsstrukturen, eine Aufgabe, die Bense bereits 1961 mit dem Stichwort vom „Übergang von einer Ontologie des Bewußtseins zur Semiotik des Bewußtseins" (S. 61) umrissen hat.

2. *Bezeichnungsweisen*

Wo nicht eigens hervorgehoben, sind die Bezeichnungen und Definitionen in dieser Arbeit dieselben wie bei Schreiber (1975); insbesondere wird das System ω der natürlichen Zahlen in der von Neumannschen Auffassung vorausgesetzt. (Jede natürliche Zahl ist darin identisch mit der Menge ihrer Vorgänger.) Geändert und ergänzt werden folgende Bezeichnungsweisen: $V(\mathfrak{M})$ bezeichnet die Vereinigung der cartesischen Produkte $\mathfrak{M}^n$, wobei $1 \leqslant n < \omega$. Damit ist gegenüber früher das leere Wort kein Element der Menge aller Wörter $V(\mathfrak{A})$ über einem Alphabet $\mathfrak{A}$. Diese unwesentliche Einschränkung ermöglicht eine einfachere Formulierung verschiedener Sätze und Beweise. Unter einer abgeschlossenen Wortmenge $\mathfrak{M}$ wird stets eine unter V abgeschlossene Wortmenge verstanden, d.h. es gilt: $V(\mathfrak{M}) \subseteq \mathfrak{M}$. Den früher auf Alphabete eingeschränkten Begriff der Normalität fassen wir allgemeiner für beliebige Mengen: $\mathfrak{M}$ heißt *normal*, wenn $\mathfrak{M} \cap V(V^k(\mathfrak{M})) = \emptyset$ für alle $k < \omega$ (vgl. Schreiber, 1975, S. 62). – Ist $\mathfrak{A}$ ein Alphabet, so sind die Elemente von $\mathfrak{A}^n$ genau die Wörter $\mathfrak{z}$ über $\mathfrak{A}$ der *Länge n*, symbolisch $l(\mathfrak{z}) = n$. Da die von Neumannsche Theorie zugrunde gelegt wird, ist die Länge eines Wortes identisch mit seinem Definitionsbereich; speziell haben Wörter der Länge 1 den Definitonsbereich $1 = \{0\}$.

3. *Der Dedekindsche Operator*

In einer berühmten Passage seiner Schrift „Was sind und was sollen die Zahlen?" beweist R. Dedekind (1887, S. 14) die Unendlichkeit der „Gesamtheit S aller Dinge, welche Gegenstand meines Denkens sein können". Dazu betrachtet er eine eineindeutige Abbildung φ von S auf ein echtes Teilsystem von S, die jedem $s \in S$ als Bild den Gedanken $\varphi(s)$ zuordnet, „daß s Gegenstand meines Denkens sein kann" (a.a.O., S. 14). Man hat diese Überlegung als naiv-begriffsrealistisch zurückgewiesen (z.B. Russell, 1953, S. 155f.), man hat sie aber auch durch axiomatische Rekonstruktionen rehabilitiert (vgl. Schmidt, 1966, S. 171 f., S. 208). Es ist aufschlußreich, den umstrittenen Gedankengang rein semiotisch zu interpretieren und auszuwerten.

Ist $\mathfrak{z}$ irgendein Wort (endliche Folge beliebiger Zeichen), so bezeichne $\varphi(\mathfrak{z})$ die aus dem Wort $\mathfrak{z}$ als einzigem Zeichen bestehende eingliedrige Folge. Die Abbildung φ heiße *Dedekindscher Operator*, weil sich, wie in dem eben geschilderten Gedankengang, der Übergang von $\mathfrak{z}$ nach $\varphi(\mathfrak{z})$ als ‚Reflexion' deuten läßt (nach Zermelo betrachtet man meist den Übergang von $\mathfrak{z}$ nach $\{\mathfrak{z}\}$; vgl. Schmidt, 1966, S. 208). Formal kommt dies durch $\varphi(\mathfrak{z})$: $1 \to \{\mathfrak{z}\}$ zum Ausdruck, $\varphi(\mathfrak{z})$ ist also stets ein Wort der Länge 1. Natürlich ist φ eineindeutig, denn aus $\varphi(\mathfrak{z}) = \varphi(\mathfrak{z}')$ folgt unmittelbar $\mathfrak{z} = \varphi(\mathfrak{z})(0) = \varphi(\mathfrak{z}')(0) = \mathfrak{z}'$.

Der Dedekindsche Operator wird sich als Schlüssel beim Studium allgemeiner semiotischer Eigenschaften von Wortmengen erweisen. So ermöglichte er in veränderter Bezeichnung ($\mathfrak{z}^*$ statt $\varphi(\mathfrak{z})$) den Nachweis, daß für normale Mengen $\mathfrak{M}$ keine der

Wortmengen $V^n(\mathfrak{M})$ $(n < \omega)$ abgeschlossen ist (vgl. Schreiber, 1975, S. 62). Mit seiner Hilfe läßt sich ferner der Begriff der abgeschlossenen Wortmenge auf überraschende Weise motivieren. Dazu werde $\mathfrak{M}$ als Wortmenge mit der Eigenschaft vorausgesetzt, daß die Verkettung zweier Wörter aus $\mathfrak{M}$ wieder zu $\mathfrak{M}$ gehört. Dann gilt:

(3.1) *$\mathfrak{M}$ ist abgeschlossen genau dann, wenn φ die Menge $\mathfrak{M}$ in sich selbst abbildet, d.h. wenn $\varphi(\mathfrak{z}) \in \mathfrak{M}$ für jedes $\mathfrak{z} \in \mathfrak{M}$.*

Beweis: 1. Wir setzen zunächst $\mathfrak{M}$ als abgeschlossen voraus (was Dedekind in seinem ‚Unendlichkeitsbeweis' unausdrücklich tut). Dann ist für $\mathfrak{z} \in \mathfrak{M}$ stets $\varphi(\mathfrak{z}) \in V(\mathfrak{M})$ und wegen $V(\mathfrak{M}) \subseteq \mathfrak{M}$ auch $\varphi(\mathfrak{z}) \in \mathfrak{M}$. (Dedekind, so interpretiert wie hier, beweist demnach lediglich, daß jede abgeschlossene Wortmenge unendlich ist. Der gewünschte Existenznachweis einer unendlichen Menge würde also erst dann resultieren, könnte man die Existenz einer abgeschlossenen Wortmenge ohne Unendlichkeitsaxiom sicherstellen, was aussichtslos sein dürfte. Die Konstruktion von Schreiber (1975) verwendet jedenfalls die Existenz von ω.)
2. Nun gelte umgekehrt $\varphi(\mathfrak{z}) \in \mathfrak{M}$ für $\mathfrak{z} \in \mathfrak{M}$. Zu gegebenem $\mathfrak{z} \in V(\mathfrak{M})$ der Länge $n \geqslant 1$ betrachten wir $\mathfrak{z}(0), \ldots, \mathfrak{z}(n-1) \in \mathfrak{M}$. Nach Voraussetzung gehören dann die Wörter $\varphi(\mathfrak{z}(0)), \ldots, \varphi(\mathfrak{z}(n-1))$ zu $\mathfrak{M}$, also gehört auch $\mathfrak{z}$ als Resultat ihrer Verkettung zu $\mathfrak{M}$. –

Dieses Resultat wirft noch einmal Licht auf die von Becker (1964, S. 386) behandelte Frage der möglichen Stufenindizes bei iterierter Reflexion. Zunächst ist die Iterierbarkeit der Reflexion in einem System S (von Gedanken, Vorstellungen) semiotisch durch die Forderung zu präzisieren, daß ein System $\mathfrak{M}$ von ‚Codewörtern' für die Elemente von S mit jedem $\mathfrak{z} \in \mathfrak{M}$ auch $\varphi(\mathfrak{z})$ enthält. Also müßte, wie eben gezeigt, $\mathfrak{M}$ abgeschlossen sein. Im Ausgang von einem Alphabet, das bloß Zeichen und nicht schon aus ihnen bestehende Folgen umfaßt, gelangt man aber lediglich zu einer einzigen abgeschlossenen Worthierarchie, und deren Iterationsstufe ist ω (Schreiber, 1975). Diese Begrenzung der Iterationsstufe ist im wesentlichen dadurch bedingt, daß Wörter, also *endliche* Folgen als semiotische Korrelate von Reflexionen angesetzt werden.

Bei der Untersuchung abstrakter Wortmengen benötigt man Eigenschaften des Dedekindschen Operators häufig nur in verkappter Form als Monotoniegesetz für V:

(3.2) *$\mathfrak{A} \subseteq \mathfrak{A}'$, genau dann, wenn $V(\mathfrak{A}) \subseteq V(\mathfrak{A}')$.*

Der Schluß von $\mathfrak{A} \subseteq \mathfrak{A}'$ auf $V(\mathfrak{A}) \subseteq V(\mathfrak{A}')$ ist offensichtlich. Umgekehrt gilt für $\mathfrak{z} \in \mathfrak{A}$: $\varphi(\mathfrak{z}) \in V(\mathfrak{A})$, also $\varphi(\mathfrak{z}) \in V(\mathfrak{A}')$ und damit $\mathfrak{z} = \varphi(\mathfrak{z})(0) \in \mathfrak{A}'$. –

4. *Das Zeichenrepertoire einer Wortmenge*

Unter dem *Zeichenrepertoire* $Z(\mathfrak{M})$ einer Wortmenge $\mathfrak{M}$ wollen wir die Menge aller in

Wörtern aus $\mathfrak{M}$ vorkommenden Zeichen verstehen. Es ist also $a \in Z(\mathfrak{M})$ genau dann, wenn ein $\mathfrak{z} \in \mathfrak{M}$ und ein $i < l(\mathfrak{z})$ mit $a = \mathfrak{z}(i)$ existieren. Z.B. ist $Z(\{\varphi(\mathfrak{z})\}) = \{\mathfrak{z}\}$. Die Gleichung $Z(\mathfrak{M}) = \emptyset$ drückt aus, daß $\mathfrak{M}$ keine Wörter enthält.

Die Bedeutung des Übergangs zum Zeichenrepertoire liegt darin, daß er in gewissem Sinne eine Umkehrung des Operators V darstellt. Diese und einige weitere nützliche Eigenschaften sind im folgenden zusammengestellt.

(4.1) $\mathfrak{M}_1 \subseteq \mathfrak{M}_2$ *impliziert* $Z(\mathfrak{M}_1) \subseteq Z(\mathfrak{M}_2)$.

(4.2) $Z(\mathfrak{M}_1 \cup \mathfrak{M}_2) = Z(\mathfrak{M}_1) \cup Z(\mathfrak{M}_2)$.

(4.3) $Z(V(\mathfrak{M})) = \mathfrak{M}$.

(4.4) $\mathfrak{M} \subseteq V(Z(\mathfrak{M}))$ *für jede Wortmenge* $\mathfrak{M}$.

Beweise: (4.1) und (4.2) sind offensichtlich.
Zu (4.3): Zu $a \in Z(V(\mathfrak{M}))$ gibt es ein $\mathfrak{z} \in V(\mathfrak{M})$ mit $a = \mathfrak{z}(i)$ für ein $i < l(\mathfrak{z})$. Mit $\mathfrak{z}(i)$ ist auch a aus $\mathfrak{M}$. Ist umgekehrt $a \in \mathfrak{M}$, so gilt $\varphi(a) \in V(\mathfrak{M})$ und wegen $\varphi(a)(0) = a$ auch $a \in Z(V(\mathfrak{M}))$.
Zu (4.4): Sei $\mathfrak{z} \in \mathfrak{M}$ beliebig. Die Zeichen $\mathfrak{z}(i)$ $(0 \leqslant i < l(\mathfrak{z}))$ gehören zu $Z(\mathfrak{M})$, ihre φ-Bilder sind somit aus $V(Z(\mathfrak{M}))$. Da man $\mathfrak{z}$ durch Verkettung der $\varphi(\mathfrak{z}(i))$ zurückgewinnt und $V(Z(\mathfrak{M}))$ bezüglich der Verkettungsoperation abgeschlossen ist, gilt $\mathfrak{z} \in V(Z(\mathfrak{M}))$. —

Schließlich betrachten wir Iterationen des Übergangs zum Zeichenrepertoire vermöge der rekursiven Definition

$$Z^0(\mathfrak{M}) = \mathfrak{M}, \quad Z^{n+1}(\mathfrak{M}) = Z(Z^n(\mathfrak{M})) \quad (n \geqslant 0).$$

Von Interesse ist das folgende, später benötigte Lemma, das Auskunft gibt über die Wirkung wiederholter Anwendung von Z auf Worthierarchien endlicher Iterationsstufe.

(4.5) *Lemma*

Für jede Menge $\mathfrak{M}$ *gilt bei* $n, k \geqslant 1$

$$Z^n(V^k(\mathfrak{M})) = \begin{cases} \Big(\bigcup\limits_{1 \leqslant i \leqslant n} Z^i(\mathfrak{M})\Big) \cup \Big(\bigcup\limits_{0 \leqslant j \leqslant k-n} V^j(\mathfrak{M})\Big), & \textit{falls } n \leqslant k \\ \bigcup\limits_{n-k \leqslant i \leqslant n} Z^i(\mathfrak{M}) & \textit{, falls } n > k. \end{cases}$$

Beweis: Zunächst sei bemerkt, daß sich die zweite Zeile aus der ersten ergibt. In dieser setzt man $n = k$ und wendet anschließend Z unter Beachtung von (4.2) $(n-k)$-mal auf beiden Seiten an. Die erste Zeile ist durch vollständige Induktion nach n zu beweisen. Für $n = 1$ zeigt man dazu mit (4.2) und (4.3) durch vollständige Induktion nach k:

$$(*) \qquad Z(V^k(\mathfrak{M})) = Z(\mathfrak{M}) \cup \bigcup_{0 \leqslant j \leqslant k-1} V^j(\mathfrak{M}).$$

Diese Induktion sei dem Leser überlassen. Der Induktionsschluß $(n \rightarrow n+1)$ ergibt sich dann mit (4.2) und (*) folgendermaßen:

$$\begin{aligned} Z^{n+1}(V^k(\mathfrak{M})) &= Z\Big(\bigcup_{1 \leqslant i \leqslant n} Z^i(\mathfrak{M}) \cup \bigcup_{0 \leqslant j \leqslant k-n} V^j(\mathfrak{M})\Big) \\ &= \bigcup_{2 \leqslant i \leqslant n+1} Z^i(\mathfrak{M}) \cup \bigcup_{0 \leqslant j \leqslant k-n} \Big[Z(\mathfrak{M}) \cup \bigcup_{0 \leqslant \nu \leqslant j-1} V^\nu(\mathfrak{M})\Big] \\ &= \bigcup_{1 \leqslant i \leqslant n+1} Z^i(\mathfrak{M}) \cup \bigcup_{0 \leqslant j \leqslant k-n} \; \bigcup_{0 \leqslant \nu \leqslant j-1} V^\nu(\mathfrak{M}) \\ &= \bigcup_{1 \leqslant i \leqslant n+1} Z^i(\mathfrak{M}) \cup \bigcup_{0 \leqslant \nu \leqslant k-(n+1)} V^\nu(\mathfrak{M}). \; — \end{aligned}$$

5. *Allgemeine semiotische Eigenschaften*

Im Folgenden sollen einige allgemeine semiotische Eigenschaften von Wortmengen erörtert werden. Wann eine Eigenschaft von Wortmengen sinnvollerweise semiotisch genannt zu werden verdient, läßt sich allgemein nur schwer festlegen. Hier mögen deshalb exemplarische Hinweise genügen. Z.B. ist die Unendlichkeit einer Wortmenge eine rein mengentheoretische Eigenschaft, ihr Bestehen ist nicht an die Folgennatur (den Wortcharakter) ihrer Elemente gebunden. Anders verhält es sich mit den schon früher betrachteten Eigenschaften Abgeschlossenheit oder Normalität, die hier als semiotische Eigenschaften vorgestellt werden. Daß z.B. die Menge $\mathfrak{M} = \{\mathfrak{z}, \varphi(\mathfrak{z})\}$ nicht normal ist (wegen $\varphi(\mathfrak{z}) \in V(\mathfrak{M})$), ist an das Ergebnis der Wortbildung über $\mathfrak{M}$ als Alphabet geknüpft. Aus ähnlichen Gründen wird man auch die gleich zu diskutierenden Eigenschaften als semiotisch (und nicht etwa als mengen- oder zahlentheoretisch) ansehen.

Eine Eigenschaft von Wortmengen heiße *Regularitätseigenschaft*, wenn sie nur nichtabgeschlossenen Wortmengen anhaftet. Beim Studium abgeschlossener Wortmengen stößt man mehr oder weniger direkt auf solche und zu ihnen komplementäre Eigenschaften. Die Normalität bildet hierzu ein erstes Beispiel (wegen $\mathfrak{M} \cap V(\mathfrak{M}) = V(\mathfrak{M}) \neq \emptyset$

ist eine abgeschlossene Menge $\mathfrak{M}$ niemals normal). Ein weiteres Beispiel resultiert aus der Beobachtung, daß sich die Abgeschlossenheit von $\mathfrak{M}$ auf $V(\mathfrak{M})$ vererbt: aus $V(\mathfrak{M}) \subseteq \mathfrak{M}$ folgt nämlich mit (3.2) sofort $V(V(\mathfrak{M})) \subseteq V(\mathfrak{M})$. Beide Inklusionen zusammen liefern $V(V(\mathfrak{M})) \subseteq \mathfrak{M}$. Eine Menge $\mathfrak{M}$ mit dieser Eigenschaft heiße *reflexiv*, andernfalls *irreflexiv*. Da jede abgeschlossene Menge reflexiv ist, ist die Irreflexivität eine Regularitätseigenschaft. Es gilt der Satz:

(5.1) *Eine normale Menge ist stets irreflexiv.*

Beweis: Für die leere Menge ist die Behauptung offensichtlich. Sei $\mathfrak{M} \neq \emptyset$ normal; dann gilt insbesondere $\mathfrak{M} \cap V(V^1(\mathfrak{M})) = \emptyset$. Wegen (3.2) hat man $V(V(\mathfrak{M})) \subseteq V(V^1(\mathfrak{M})) = V(\mathfrak{M} \cup V(\mathfrak{M}))$, also kann $V(V(\mathfrak{M}))$ keine Teilmenge von $\mathfrak{M}$ sein, d.h. $\mathfrak{M}$ ist irreflexiv. –

Beweis: Für die leere Menge ist die Behauptung offensichtlich. Sei $\mathfrak{M} \neq \emptyset$ normal; dann gilt insbesondere $\mathfrak{M} \cap V(V^1(\mathfrak{M})) = \emptyset$. Wegen (3.2) hat man $V(V(\mathfrak{M})) \subseteq V(V^1(\mathfrak{M})) = V(\mathfrak{M} \cup V(\mathfrak{M}))$, also kann $V(V(\mathfrak{M}))$ keine Teilmenge von $\mathfrak{M}$ sein, d.h. $\mathfrak{M}$ ist irreflexiv. –

Bemerkenswert ist die Tatsache, daß sich die Irreflexivität einer Menge $\mathfrak{A}$ und die der Wortmenge $V(\mathfrak{A})$ wechselseitig bedingen:

(5.2) *$\mathfrak{A}$ ist irreflexiv genau dann, wenn $V(\mathfrak{A})$ es ist.*

Der Beweis ergibt sich unmittelbar aus dem Umstand, daß nach (3.2) $V(V(V(\mathfrak{A}))) \subseteq V(\mathfrak{A})$ genau dann gilt, wenn $V(V(\mathfrak{A})) \subseteq \mathfrak{A}$ der Fall ist. – Ganz entsprechend überzeugt man sich von der analogen Beziehung für abgeschlossene (bzw. nicht-abgeschlossene) Wortmengen:

(5.3) *$\mathfrak{A}$ ist abgeschlossen genau dann, wenn $V(\mathfrak{A})$ es ist.*

Den Behauptungen (5.1) und (5.3) ist eine interessante Folgerung über abgeschlossene Wortmengen zu entnehmen.

(5.4) *Sei $\mathfrak{M}$ abgeschlossen. Dann existiert keine nicht-abgeschlossene (also erst recht keine irreflexive oder normale) Menge $\mathfrak{A}$ mit $\mathfrak{M} = V(\mathfrak{A})$.*

Dieses Ergebnis zeigt, daß man eine abgeschlossene Menge niemals als Menge aller Wörter über einem nicht-abgeschlossenen Alphabet auffassen kann. Insbesondere gibt es also kein mit einer Regularitätseigenschaft behaftetes Alphabet $\mathfrak{A}_0$ mit $V^\omega(\mathfrak{A}) = V(\mathfrak{A}_0)$.
Zum vertieften Studium abgeschlossener Wortmengen dient im Folgenden eine weitere allgemeine semiotische Eigenschaft. Ihre Konzeption geht davon aus, daß das Zeichenrepertoire einer Wortmenge wiederum Wörter enthalten kann. Erneuter Übergang zum Zeichenrepertoire könnte wiederum auf Wörter führen usf. In Analogie zum Fundiertheitsbegriff der Mengenlehre (vgl. Krivine, 1969, S. 50) soll hier eine Menge $\mathfrak{M}$ *Z-fundiert* heißen, wenn von $\mathfrak{M}$ ausgehend wiederholter Übergang zum Zeichenrepertoire einmal zu einer wortfreien Menge führt. $\mathfrak{M}$ ist also genau dann Z-fundiert, wenn $Z^n(\mathfrak{M}) = \emptyset$ für ein $n < \omega$.

Zunächst verschaffen wir uns mit Hilfe des auf Dedekind (1887, S. 9) zurückgehenden Begriffs der Kette Beispiele Z-unfundierter Wortmengen (vgl. auch Meschkowski, 1967, S. 75). Solche Beispiele sind die Ketten von Zeichen(mengen) bezüglich des Dedekindschen Operators φ. Zu gegebener Menge $\mathfrak{A}$ heiße

$$K_\varphi(\mathfrak{A}) = \bigcup_{k<\omega} \varphi^k[\mathfrak{A}]$$

die *φ-Kette von $\mathfrak{A}$* (dabei ist $\varphi^k[\mathfrak{A}]$ das Bild von $\mathfrak{A}$ bei φ^k und φ^k die k-fache Hintereinanderausführung von φ). Bei $\mathfrak{A} = \{a\}$ schreiben wir für die zugehörige φ-Kette kürzer $K_\varphi(a)$.

(5.5) *Die φ-Ketten nicht-leerer Zeichenmengen sind Z-unfundiert.*

Beweis: Sei $\mathfrak{A}$ eine nicht-leere Zeichenmenge, $a \in \mathfrak{A}$ beliebig. Dann gilt $K_\varphi(a) \subseteq K_\varphi(\mathfrak{A})$. Da Obermengen einer Z-unfundierten Menge ersichtlich ebenfalls Z-unfundiert sind, genügt es zu zeigen, daß $Z^n(K_\varphi(a)) \neq \emptyset$ für alle $n < \omega$. $K_\varphi(a)$ besteht aus den Elementen a, $\varphi(a)$, $\varphi^2(a)$, ..., also enthält das zugehörige Zeichenrepertoire nach der Definition von φ mindestens die Elemente a (als Zeichen in $\varphi(a)$), $\varphi(a)$ (als Zeichen in $\varphi^2(a)$), usw. Das heißt: $Z(K_\varphi(a))$ ist Obermenge von $K_\varphi(a)$ und damit $Z^n(K_\varphi(a)) \supseteq K_\varphi(a) \neq \emptyset$ für jedes $n < \omega$. –

Es bleibe dem Leser überlassen, anhand von φ-Ketten zu zeigen, daß Z-unfundierte Mengen nicht notwendig auch reflexiv oder abgeschlossen sind. Wohl aber gilt umgekehrt

(5.6) *Wenn $\mathfrak{M}$ reflexiv ist, so ist $\mathfrak{M}$ Z-unfundiert.*

Beweis: Die Reflexivität von $\mathfrak{M}$ besagt: $V(V(\mathfrak{M})) \subseteq \mathfrak{M}$, also nach zweifacher Anwendung von Z mit (4.1) und (4.3): $\mathfrak{M} \subseteq Z^2(\mathfrak{M})$. Daraus folgt induktiv $\mathfrak{M} \subseteq Z^{2k}(\mathfrak{M})$ für alle $k < \omega$. Wäre $\mathfrak{M}$ Z-fundiert, so gälte $Z^n(\mathfrak{M}) = \emptyset$ für ein geeignetes $n < \omega$, also auch der Widerspruch $\mathfrak{M} \subseteq Z^{2n}(\mathfrak{M}) = \emptyset$. –

Unmittelbare Konsequenz aus (5.6) ist

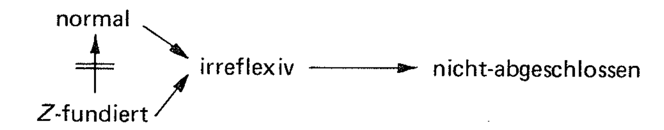
(5.7) *Jede abgeschlossene Wortmenge ist Z-unfundiert.*

Dieses Resultat weist die Z-Fundiertheit als Regularitätseigenschaft aus. Es läßt sich auch unter Anwendung von (5.5) als Korollar aus einer anderen interessanten Eigenschaft abgeschlossener Mengen gewinnen, nämlich:

(5.8) *Für abgeschlossenes $\mathfrak{M}$ gilt: $K_\varphi(\mathfrak{M}) \subseteq \mathfrak{M}$.*

Beweis: Aus der Abgeschlossenheit von $\mathfrak{M}$ folgt durch vollständige Induktion nach n: $V^n(\mathfrak{M}) \subseteq \mathfrak{M}$ $(n < \omega)$, also auch $V^\omega(\mathfrak{M}) \subseteq \mathfrak{M}$. Zusammen mit der leicht zu verifizierenden Inklusion $K_\varphi(\mathfrak{M}) \subseteq V^\omega(\mathfrak{M})$ liefert dies die Behauptung. –

Insgesamt ergeben sich aus den bisherigen Überlegungen folgende Abhängigkeitsverhältnisse zwischen den untersuchten semiotischen Eigenschaften:



Eine Z-fundierte Menge ist nicht notwendig auch normal. Sei dazu $\mathfrak{z}$ ein Wort mit $Z^2(\{\mathfrak{z}\}) = \emptyset$. Dann ist die Wortmenge $\{\mathfrak{z}, \varphi(\mathfrak{z})\}$ Z-fundiert, jedoch nicht normal.

6. *Worthierarchien über Z-fundierten Alphabeten*

Der in Schreiber (1975, S. 62) geführte Beweis für die eindeutige Existenz einer über dem Alphabet $\mathfrak{A}$ abgeschlossenen Worthierarchie basiert auf der Normalität von $\mathfrak{A}$. Eine Durchsicht des Beweises zeigt, daß diese Voraussetzung lediglich dazu dient, die Nicht-Abgeschlossenheit der $V^n(\mathfrak{A})$ $(n < \omega)$ nachzuweisen.

Im Folgenden soll gezeigt werden, daß man die Normalität durch die Z-Fundiertheit des Alphabets ersetzen kann. Dies ist insofern eine Verbesserung, als die Normalität zumindest keine schwächere Voraussetzung darstellt als die Z-Fundiertheit.

(6.1) *Sei $\mathfrak{A}$ ein Z-fundiertes Alphabet. Dann ist $V^\omega(\mathfrak{A})$ die einzige abgeschlossene Worthierarchie über $\mathfrak{A}$.*

Es ist nur die Nicht-Abgeschlossenheit der $V^k(\mathfrak{A})$, $k < \omega$ nachzuweisen; die Abgeschlossenheit von $V^\omega(\mathfrak{A})$ sowie die Gleichung $V^\alpha(\mathfrak{A}) = V^\omega(\mathfrak{A})$ $(\alpha \geqslant \omega)$ werden wie in Schreiber (1975, S. 62) bewiesen. Ist nun $\mathfrak{A}$ Z-fundiert, so auch jedes $V^k(\mathfrak{A})$, $k < \omega$, was man dem Lemma (4.5) unmittelbar entnehmen kann. Mittels (5.7) folgt sofort, daß die $V^k(\mathfrak{A})$ $(k < \omega)$ nicht abgeschlossen sind. –

7. *Einige offene Fragen*

Abschließend stehe hier eine Liste ausgewählter Probleme, zu denen der Verfasser bislang keine Lösung kennt.

(1) Ist die Irreflexivität eine echt stärkere Regularitätseigenschaft als die Nicht-Abgeschlossenheit, d.h. gibt es eine reflexive, nicht-abgeschlossene Menge?

(2) Ist eine normale Menge stets Z-fundiert? Wenn nein, läßt sich irgendetwas anderes zum Verhältnis der Begriffe ‚normal' und ‚Z-fundiert' sagen?

(3) Kommt man beim Beweis von (6.1) möglicherweise ohne Regularitätseigenschaft für das zugrunde liegende Alphabet aus? Wenn nein, so ist eine möglichst schwache Voraussetzung zu finden.

(4) Man suche nach weiteren allgemeinen semiotischen Eigenschaften von Wortmengen, die für erkenntnistheoretische Fragestellungen, insbesondere für die hier betroffene Reflexions- und Bewußtseinsthematik relevant sein könnten.

Schrifttum

Becker, O.: Grundlagen der Mathematik in geschichtlicher Entwicklung, Freiburg u. München 1964.

Bense, M.: Bewußtseinstheorie, GrKG, Bd. 2 (1961), S. 65 – 73.

Dedekind, R.: Was sind und was sollen die Zahlen? Braunschweig 1887, 10. Aufl. 1965.

Frank, H.: Kybernetik und Philosophie. Materialien und Grundriß zu einer Philosophie der Kybernetik, Berlin 1966.

Krivine, J.-L.: Théorie axiomatique des ensembles, Presses Univ. de France, Paris 1969.

Lánský, M.: Über wechselseitige Einflüsse bei der Entwicklung der Kybernetischen Pädagogik in West- und Osteuropa, GrKG 13/1 (1972), S. 3–13.

Meschkowski, H.: Probleme des Unendlichen. Werk und Leben Georg Cantors. Braunschweig 1967.

Russell, B.: Einführung in die mathematische Philosophie, Darmstadt und Genf 1953.

Schmidt, J.: Mengenlehre I, BI Mannheim 1966.

Schreiber, A.: Eine Bemerkung über abgeschlossene Wortmengen, GrKG 16/2 (1975), S. 61–63.

Eingegangen am 18. Mai 1976

Anschrift des Verfassers:

Dr. Alfred Schreiber, Seminar für Mathematik und ihre Didaktik, Pädagogische Hochschule Rheinland, Abt. Neuss, Humboldtstr. 2, 4040 Neuss



Richtlinien für die Manuskriptabfassung

Es wird zur Beschleunigung der Publikation gebeten, Beiträge an die Schriftleitung in doppelter Ausfertigung einzureichen. Etwaige Tuschzeichnungen oder Photos brauchen nur einfach eingereicht zu werden.

Artikel von mehr als 12 Druckseiten Umfang können in der Regel nicht angenommen werden. Unverlangte Manuskripte können nur zurückgesandt werden, wenn Rückporto beiliegt. Es wird gebeten, für die Aufnahme in die internationale Knapptextbeilage „Homo kaj Informo" eine knappe, aber die wichtigsten neuen Ergebnisse des Beitrags für Fachleute verständlich wiedergebende Zusammenfassung (Umfang maximal 200 Wörter) in Internationaler, notfalls deutscher Sprache beizufügen.

Die verwendete Literatur ist, nach Autorennamen alphabetisch (verschiedene Werke desselben Autors chronologisch) geordnet, in einem Schrifttumsverzeichnis am Schluß des Beitrags zusammenzustellen. Die Vornamen der Autoren sind mindestens abgekürzt zu nennen. Bei selbständigen Veröffentlichungen sind Titel, Erscheinungsort und -jahr, womöglich auch Verlag, anzugeben. Zeitschriftenbeiträge werden vermerkt durch Name der Zeitschrift, Band, Seite (z. B. S. 317—324) und Jahr, in dieser Reihenfolge. (Titel der Arbeit soll angeführt werden.) Im selben Jahr erschienene Arbeiten desselben Autors werden durch den Zusatz „a", „b" etc. ausgezeichnet. Im Text soll grundsätzlich durch Nennung des Autorennamens und des Erscheinungsjahrs des zitierten Werkes (evtl. mit dem Zusatz „a" etc.), in der Regel aber nicht durch Anführung des ganzen Buchtitels zitiert werden. Wo es sinnvoll ist, sollte bei selbständigen Veröffentlichungen und längeren Zeitschriftenartikeln auch Seitenzahl oder Paragraph genannt werden. Anmerkungen sind zu vermeiden. Im übrigen wird auf die „Mindestgütekriterien für kybernetisch-pädagogische Originalarbeiten in deutscher Sprache" (abgedruckt u. a. in „Kybernetik und Bildung I", Verlagsgemeinschaft Schroedel/Schöningh, Hannover und Paderborn 1975) verwiesen, die von Schriftleitung und Herausgebern der Beurteilung der eingereichten Manuskripte sinngemäß zugrundegelegt werden.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in dieser Zeitschrift berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, daß solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

